



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Dunkelfeldforschung: Wie bekommt man auf peinliche Fragen ehrliche Antworten?

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Reihe 14 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Wie bekommt man auf peinliche Fragen ehrliche Antworten? – Dunkelfeldforschung

Antonius Warmeling, Hagen

Foto: Kerrick, iStock / GettyImages



II/C

Klasse: 10–12 (13)

Dauer: 5–7 Stunden

Inhalt: Verschiedene stochastische Verfahren zur zufallsgestützten Befragung werden simuliert und ausgewertet.

Bedingte Wahrscheinlichkeit, Baumdiagramm, Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit, Satz von Bayes

Ihr Plus: Simulationen mit Excel

Wenn man Menschen zu sozial unerwünschten Verhaltensweisen oder Einstellungen befragt, kann man davon ausgehen, dass viele nicht wahrheitsgemäß antworten und deshalb der Anteil der Menschen mit diesen Eigenschaften mindestens stark unterschätzt wird. Davon sind viele klassische Dunkelfelder betroffen wie zum Beispiel Drogenkonsum, Gewalt in Beziehungen oder auch der hier thematisierte Ladendiebstahl. Die Dunkelfeldforschung ist eine praktische Anwendung für die oben genannten stochastischen Verfahren und Sätze.

Didaktisch-methodische Hinweise

Voraussetzungen

Wichtige Grundlagen für die Behandlung der Dunkelfeldforschung sind der **Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit** und der Umgang mit **Baumdiagrammen**. Der Satz von der **totalen Wahrscheinlichkeit** und der **Satz von Bayes** sind hilfreich.

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

A und B seien zwei Ereignisse und \bar{A} bzw. \bar{B} die entsprechenden Gegenereignisse. Dann bezeichnet $P(B|A)$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B, wenn vorher das Ereignis A eingetreten ist. Man liest kurz „P von B unter der Bedingung A“. In einigen Schulbüchern wird die entsprechende Schreibweise $P_A(B)$ verwendet.

Mithilfe der Pfadmultiplikations- und der Pfadadditionsregel ergibt sich daraus der **Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit** (vgl. Baumdiagramm):

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

Wenn $x = P(A)$ gesucht wird, erhält man aus der obigen Gleichung:

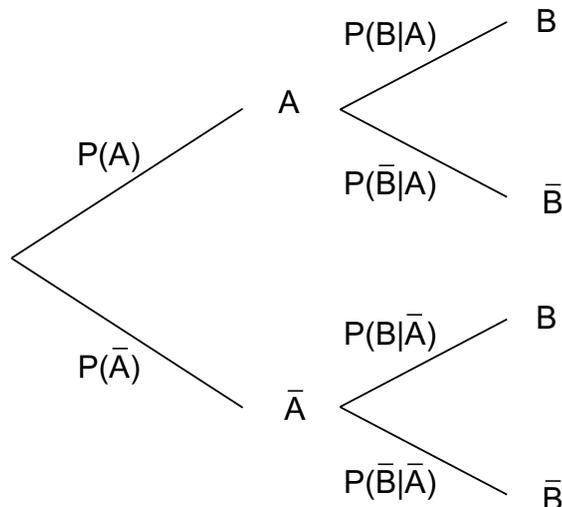
$$P(B) = x \cdot P(B|A) + (1-x) \cdot P(B|\bar{A})$$

$$\Rightarrow P(B) - P(B|\bar{A}) = x \cdot (P(B|A) - P(B|\bar{A}))$$

$$\Rightarrow \frac{P(B) - P(B|\bar{A})}{P(B|A) - P(B|\bar{A})} = x = P(A)$$

Nach dem **Satz von Bayes** gilt:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$



Dunkelfeldforschung mit der Randomized-Response-Technik

Die Dunkelfeldforschung, die aus den USA kommt, versucht durch Befragungen den Anteil der nicht erfassten Kriminalfälle (**Dunkelziffer**) zu ermitteln. Das ist aber sehr aufwendig, sodass es in Deutschland bis jetzt tatsächlich nur wenige Studien dazu gibt.

Wenn man Menschen zu sozial unerwünschten Verhaltensweisen oder Einstellungen befragt, kann man davon ausgehen, dass viele nicht wahrheitsgemäß antworten und deshalb der Anteil der Menschen mit diesen Eigenschaften mindestens stark unterschätzt wird. Davon sind viele klassische Dunkelfelder betroffen wie zum Beispiel **Drogenkonsum**, **Gewalt in Beziehungen** oder auch der hier thematisierte **Ladendiebstahl**.



Lippenstift geklaut

© iStock/Thinkstock

Bei der **Randomized-Response-Technik** sorgt eine Zufallsverschlüsselung dafür, dass die Einstellung des Einzelnen geschützt ist, eine Gruppenauswertung der befragten Stichprobe aber dennoch möglich ist. Dies soll hier am Beispiel einer Befragung zum Ladendiebstahl verdeutlicht werden. Der Kriminologe fragt nicht: „Haben Sie schon einmal einen Ladendiebstahl begangen?“, sondern lässt die Befragten aus einem Stapel von z. B. **4 Karten mit Frage 1** und **6 Karten mit Frage 2** eine Karte ziehen. Dann bittet er das Gegenüber um eine ehrliche Antwort auf die gezogene Frage.

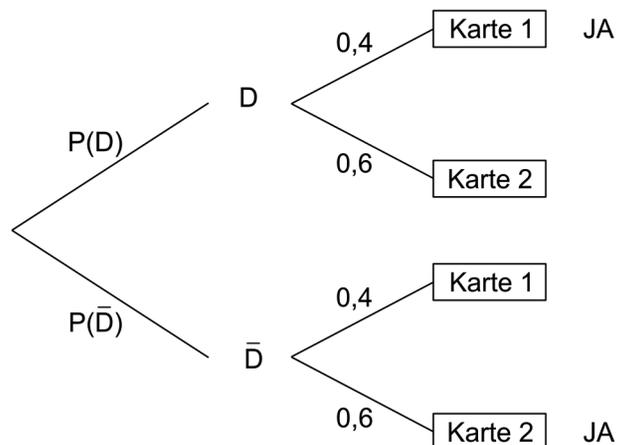
Auf Karte 1 steht „Ist es richtig, dass Sie schon einmal einen Ladendiebstahl begangen haben?“, was ein Ladendieb wahrheitsgemäß mit JA beantworten müsste. Die zweite Frage „Ist es richtig, dass Sie noch nie einen Ladendiebstahl begangen haben?“ müsste dagegen der Nicht-Dieb mit JA beantworten. Der Kriminologe kann also aus der einzelnen Antwort keine Rückschlüsse ziehen, weil er nicht weiß, welche Karte der Befragte bezogen hat.

Es sei $X(\text{JA})$ der Anteil der JA-Sager in der Stichprobe. Die Abschätzung von $P(D) = x$ erfolgt nun über

$$X(\text{JA}) = x \cdot 0,4 + (1 - x) \cdot 0,6.$$

Durch Umformung erhält man

$$x = \frac{X(\text{JA}) - 0,6}{-0,2}.$$



Man erkennt zwei **Probleme**, beide werden in der Unterrichtsreihe thematisiert:

1. Ist $X(\text{JA}) \geq 0,6$, antworten also mehr als mindestens 60 % der Befragten mit JA, so ist die Berechnung nicht möglich, weil sich für $P(D)$ ein negativer Wert ergibt. Diese Gefahr ist umso geringer, je größer die Stichprobe ist.
2. Die Wahrscheinlichkeit $P(\text{JA})$ kann durch den Anteil der JA-Sager in der Stichprobe ($X(\text{JA})$) abgeschätzt werden. Dass dieser Schätzer erwartungstreu ist, soll hier nicht thematisiert werden, kann aber bei Meyer [2] nachgelesen werden. Große Zufallschwankungen können durch relativ große Stichproben vermieden werden.

Durch die Wahl geeigneter Parameter (z. B. das Verhältnis der Kartenanzahlen 1 und 2) kann man die Streuung der Schätzwerte verkleinern. Dies kann aber zulasten der Anonymisierung gehen, wie man mit $P(D|\text{JA})$ und/oder $P(\bar{D}|\text{NEIN})$ zeigen kann.

Die Simulationsdateien

Zur Simulation größerer Stichproben gibt es auf der **CD-ROM 69** mehrere Dateien.

Die Datei **diebe1_einfach.xls** ist schon ab Excel 97 und auch mit OpenOffice.CALC lauffähig. In die gelben Felder gibt man zunächst den Stichprobenumfang n , die Anzahl der Karten 1 und 2 sowie den tatsächlichen Anteil der Diebe p ein. Danach wird durch die Programmierung für jede Person aus der Stichprobe festgelegt, ob sie ein Dieb ist oder nicht (in Spalte D), und die Ziehung einer Karte (Spalte E) zusammen mit der entsprechenden Antwort (Spalte F) simuliert. Im grünen Feld A7 wird zusätzlich noch der Anteil der Diebe in der Stichprobe angegeben, weil $n \cdot p$ nicht unbedingt eine natürliche Zahl ergibt. In G8 und G9 finden Sie die Anzahl der JA-Stimmen und die Schätzung für $P(D)$. Die Simulation lässt sich durch Drücken von F9 beliebig oft wiederholen.

Reihe 14 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Die Datei **diebe1_einzeln.xlsm** ist z. T. mit Visual Basic realisiert und enthält Funktionen, die erst mit Excel 2010 lauffähig sind. Da sie Makros enthält, müssen Sie unter

Datei → Optionen → Sicherheitscenter → Einstellungen für Sicherheitscenter → Einstellungen für Makros „alle Makros mit Benachrichtigung deaktivieren“.

Dann können Sie nach Start der Datei die Makros per Klick aktivieren. Die Alternative „alle Makros aktivieren“ ist auch möglich, wird aber aus Sicherheitsgründen von Microsoft nicht empfohlen.

Die Eingaben in der Datei sind genauso wie in **diebe_einfach.xls**. Zusätzlich werden in einem Häufigkeitsdiagramm die klassierten Daten für $P(D)$ (Klassenbreite 0,01) dargestellt. Zu Beginn der Simulation drücken Sie einmal den Button **Reset**, der die Anzahl der Simulationen auf Null setzt und die alten Ergebnisse löscht. Dann fügen Sie mit Klick auf **neue Simulation** jeweils das Ergebnis einer Simulation hinzu. Unter dem Diagramm werden noch das arithmetische Mittel und die Standardabweichung zur besseren Orientierung der Streuung der Daten angegeben. Wenn die Schüler das nicht sehen sollen, setzen Sie die Schriftfarbe einfach auf Weiß.

Die Datei **diebe1_hundert.xlsm** enthält zusätzlich einen Button, der 100 Simulationen durchrechnet und auf einen Schlag im Häufigkeitsdiagramm darstellt.

Diebe2_einfach.xls und **diebe2_einzeln.xlsm** sind dagegen für die Hand des Lehrers gedacht, um z. B. auch für ein alternatives Verfahren (siehe **M 2**, Aufgabe 2 und **M 5**) Schätzwerte oder Häufigkeitsverteilungen erstellen zu können.

Zur Durchführung der Unterrichtsreihe

Sie sollten dieses Verfahren der Dunkelfeldforschung nicht zur Bestimmung tatsächlicher Wahrscheinlichkeiten für einen Ladendiebstahl, Drogenkonsum o. Ä. nutzen. Das könnte nicht nur zu Irritationen bei den Lernenden und ihren Eltern führen. Die Stichproben sind dafür zu klein und Ihnen fehlt – zum Vergleich und für die Simulationen – die tatsächliche Wahrscheinlichkeit $P(\text{Dieb})$.

Daher markiert der Autor die Schüler zu Beginn der Einstiegsstunde mithilfe von kleinen Zetteln, die sie aus einer Socke o. Ä. ziehen und keinem anderen zeigen, als DIEB oder KEIN DIEB. Damit kann er $P(\text{Dieb})$ bezogen auf den Kurs auch dann feststellen, wenn mal ein oder zwei Schüler fehlen. Wenn Sie z. B. von 24 Zetteln 8 mit DIEB gekennzeichnet haben, so ist $P(D) = 1/3$. Fehlt ein Schüler, so ist – je nach übrig gebliebenem Zettel – $p(D) = 7/23$ oder $p(D) = 8/23$.

Auf der Basis dieser Markierung führen die Schüler nun die erste Simulation in Partnerarbeit durch. Das Verfahren ist auf dem Arbeitsblatt **M 1** beschrieben. Es ist so gestaltet, dass Sie bei Bedarf auch andere Kartenverhältnisse realisieren können. Eigentlich müsste man vor jeder weiteren Simulation die Schüler neu markieren. Da dabei aber immer der gleiche Anteil und damit die gleiche Wahrscheinlichkeit herauskommt und die zweite Stufe der Simulation ein Zufallsexperiment ist, kann man darauf verzichten. Nachdem die Ergebnisse von 10 Simulationen an der Tafel stehen, eröffnen Sie die Auswertung zum Beispiel mit der Frage: „Können Sie mir nun die Wahrscheinlichkeiten angeben, dass ein beliebiger Schüler schon mal einen Ladendiebstahl begangen hat?“

In der Regel werden die Ergebnisse sehr stark streuen. $X(\text{JA})$ lässt sich schnell als Quotient aus Anzahl der Ja-Sager und der Größe der Stichprobe bestimmen. Aber wie können die Lernenden nun $P(D)$ abschätzen? Bei den Schülern des Autors, die um die Wichtigkeit dieses Veranschaulichungsmittels wissen, kam sofort der Vorschlag, die Befragung mithilfe eines Baumdiagramms darzustellen. Gegebenenfalls hilft der Hinweis, dass es sich um einen zweistufigen Zufallsversuch handelt. Dabei können die Schüler – zum Beispiel bei 1 x Karte 1 und 3 x Karte 2 – zwei verschiedene Baumdiagramme zeichnen:

Lösungen und ■ Tipps zum Einsatz

In den folgenden Lösungen bedeutet

\underline{D} = „hat schon einmal einen Ladendiebstahl begangen“ und

\bar{D} = „hat noch nie einen Ladendiebstahl begangen“.

$X(\text{JA})$ bzw. $X(\text{D})$ stehen für die Anteile in der Stichprobe.

M 1a Haben Sie schon einmal einen Ladendiebstahl begangen?

Der Einsatz dieses Arbeitsblattes ist im Theorieteil im Absatz „Durchführung der Unterrichtsreihe“ ausführlich beschrieben.

M 2 Übung 1: Varianten in der Dunkelfeldforschung

Aufgabe 1

- a) Randomized-Response-Technik meint, dass die Antwort durch eine Zufallsentscheidung beeinflusst wird.
- b) $X(\text{JA}) = 0,75x + 0,25(1 - x) = 0,5x + 0,25$.
Daraus ergibt sich als Bestimmungsgleichung für $x = 2X(\text{JA}) - 0,5$.
Man erkennt, dass der Anteil der JA-Antworten größer als 25 % sein muss, sonst ergibt sich keine sinnvolle Lösung.

- c) Hier ändern sich nur die Wahrscheinlichkeiten für die Karten. Entsprechend gilt:

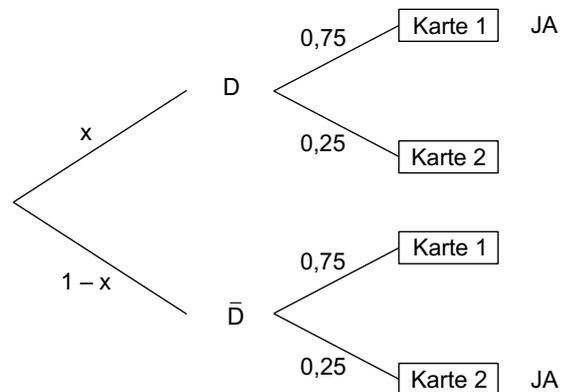
$$X(\text{JA}) = \frac{3}{7}x + \frac{4}{7}(1 - x) = -\frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow x = -7X(\text{JA}) + 4$$

$X(\text{JA})$ muss also kleiner als $\frac{4}{7}$ sein, damit ein sinnvolles Ergebnis berechnet werden kann.

- d) $X(\text{JA}) = 0,5x + 0,5(1 - x) = 0,5$

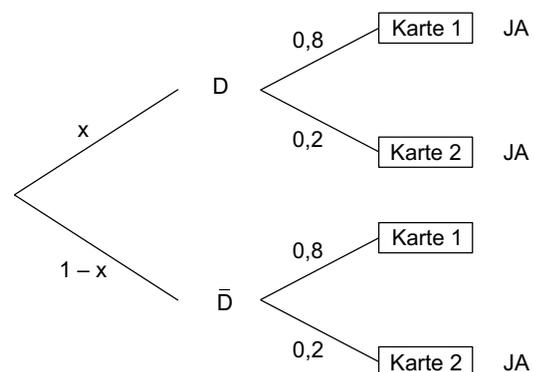
Dieses Verfahren ist zur Abschätzung von $P(\text{D})$ untauglich, weil das x verschwindet.



Aufgabe 2

- a) $X(\text{JA}) = x + 0,2(1 - x) = 0,8x + 0,2$
 $\Rightarrow x = 1,25 \cdot X(\text{JA}) - 0,25$
 $X(\text{JA})$ muss also mindestens 20 % sein, damit ein sinnvolles Ergebnis herauskommt.
- b) Durch Einsetzen von $\frac{955}{2000}$ für $X(\text{JA})$ in die Gleichung aus a) ergibt sich $X(\text{D}) \approx 34,7\%$.

- c) Mit NEIN antworten nur Personen, die noch nie einen Ladendiebstahl begangen haben. Damit sind die JA-Sager unter Verdacht, unter ihnen müssen sich alle Ladendiebe befinden und der Anteil der Nicht-Diebe ist relativ klein.





SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Dunkelfeldforschung: Wie bekommt man auf peinliche Fragen ehrliche Antworten?

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

