

SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Parameterbestimmung bei einer Parabelschar

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



A.3.38

Ganzrationale Funktionen mit Parametern

Parameterbestimmung bei einer Parabelschar – Platzdeckchen, Herz und Skateboard-Rampe

Günther Weber



© RAABE

© 3DMAVR / iStock / Getty Images Plus

Parabeln und deren Eigenschaften kennen Ihre Schülerinnen und Schüler aus der Mittelstufe. Mit den Methoden der Analysis untersuchen die Jugendlichen Parabelscharen und bilden durch Tangenten bzw. durch Tangente und Normale zusammen mit der x -Achse Dreiecke. Zu vorgegebenen Winkeln bzw. Flächeninhalten bestimmen die Lernenden die zugehörigen Parameter der Funktionenschar. Gleiches geschieht bei Rotationskörpern, wenn eine Fläche um die x -Achse bzw. um die Symmetrieachse der Parabel rotiert. Die Bestimmung des Parameters der Funktionenschar wird anwendungsbezogen auf eine herzförmige Fläche bzw. eine Fläche, die die Form eines Platzdeckchens hat, sowie eine „Mini-Ramp“ (siehe Titelbild) übertragen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	10/11/12/13
Dauer:	4–6
Kompetenzen:	Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Textkompetenz, Umgang mit Texten und Medien
Methoden:	Computer- und Softwareeinsatz, digitale Übung, Übung
Materialart:	GeoGebra-Datei, Grafik, Lernerfolgskontrolle
Inhalt:	Parabelschar, Achsensymmetrie, Nullstellen, Extrempunkt, Tangente, Normale, Bestimmen von Parametern (Winkel und Fläche im Dreieck), Integration, Spiegelung von Graphen, Umkehrfunktion, Volumen Rotationskörper, Flächenberechnung, Aufstellen einer Parabelgleichung

Didaktisch-methodische Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Ihre Schülerinnen und Schüler können Eigenschaften von Graphen zum Bestimmen von Parametern nutzen. Funktionsuntersuchungen, auch bei Funktionenscharen, bereiten ihnen keine Schwierigkeiten. Die Lernenden kennen die Formeln zur Berechnung des Flächeninhalts von Dreiecken sowie von Volumen und Mantelfläche bei einem Kegel. Sie können die Tangentengleichung in einem Punkt des Graphen sowie die zugehörige Normale bestimmen und wissen, wie die Steigung bzw. der Steigungswinkel mithilfe der ersten Ableitungsfunktion ermittelt wird. Die Jugendlichen können den Flächeninhalt einer durch den Graphen einer Funktion vorgegebenen Fläche mithilfe von Integralen berechnen. Die Lernenden wissen, dass der Graph der Umkehrfunktion aus dem Graph einer Funktion durch Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden hervorgeht. Das rechnerische Verfahren zur Bestimmung der Umkehrfunktion muss nicht bekannt sein und kann im Unterricht erläutert werden. Die Jugendlichen können zu vorgegebenen Eigenschaften Parabelgleichungen aufstellen.

Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GOSt_Mathematik.pdf

(aufgerufen am 08.11.2023) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten,
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen,
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“),
- ermitteln Flächeninhalte (Volumen von Rotationskörpern, Bogenlänge von Graphen) mithilfe von bestimmten Integralen.

Zudem nutzen die Lernenden mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge, um Sachverhalte zu veranschaulichen bzw. Ergebnisse zu kontrollieren.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

Bei vielen Aufgabenstellungen kann der Sachverhalt mithilfe von GeoGebra veranschaulicht und der Parameter näherungsweise bestimmt werden. Insbesondere bei schwächeren Lerngruppen empfiehlt sich diese Vorgehensweise. Vor der Bearbeitung von **Aufgabe 3** sprechen Sie im Unterricht durch, wie die Volumenbestimmung an der Symmetrieachse der Parabelschar auf die Volumenberechnung bei Rotation der Fläche um die x-Achse zurückgeführt werden kann. Bei **Aufgabe 4** weisen Sie darauf hin, dass die Fläche symmetrisch ist und die Umkehrfunktion für die Berechnung der Aufgabe nicht unbedingt benötigt wird. Bei **Aufgabe 6** erwähnen Sie, dass man die Rechnungen in einem geeigneten Koordinatensystem durchführen sollte, indem man die vorgegebenen Einheiten günstig umwandelt.

Auf einen Blick

Parameterbestimmung bei einer Parabelschar – Platzdeckchen, Herz und Skateboard-Rampe

M 1 Aufgaben

Benötigt: Taschenrechner
 Internet

Erklärung zu den Symbolen



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau



Taschenrechner

Aufgaben

M 1

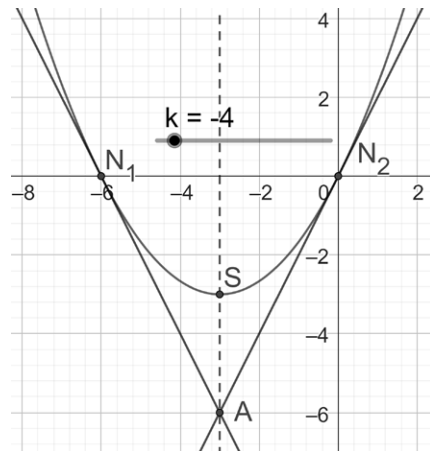
Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}k \cdot x + 1, k \in \mathbb{R}$.

1.

- Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Symmetrieachse des Graphen der Funktionenschar f_k in Abhängigkeit von k .
- Bestimmen Sie k so, dass die Nullstellen der Funktionenschar $x_1 = \frac{1}{2} \cdot (-\sqrt{6} + 3\sqrt{2})$ und $x_2 = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{6} + 3\sqrt{2})$ sind.
- Bestimmen Sie ein Intervall für k so, dass die Funktionswerte der Funktionenschar nicht negativ sind.
- Zeigen Sie, dass alle Graphen der Schar den gleichen Schnittpunkt S_y mit der y -Achse haben. Die Tangente in S_y an die Graphen der Schar und die zugehörige Normale in S_y schneiden für $k \neq 0$ die x -Achse in den Punkten N_T und N_N . Bestimmen Sie Werte für k so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks $N_T N_N S_y$ den Flächeninhalt 4 FE hat.

2. Es sei $g_k(x) = f_k(x) - 1$ mit $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- Der Graph der Funktionenschar schneidet die x -Achse in den Punkten N_1 sowie N_2 , die Tangenten an den Graphen der Funktion in den Schnittpunkten mit der x -Achse schneiden sich im Punkt A . S ist der Scheitelpunkt der Parabel. Bestimmen Sie k so, dass das Dreieck $N_1 N_2 A$ rechtwinklig gleichschenkelig (gleichseitig) ist.



Grafik: Günther Weber

SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Parameterbestimmung bei einer Parabelschar

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

