

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Modell- und Prognosefunktionen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



## U.26

### Ausgewählte Themen

# Modell- und Prognosefunktionen – Pharmakokinetik von THC

Mona Hitznauer



© RAABE 2024

Rob Duval / Wikimedia Commons / CC0

Cannabis, Marihuana, Weed, Pot, Dope oder einfach Gras. Es gibt viele Bezeichnungen für eine Droge, die polarisiert und gleichzeitig viele junge Erwachsene anspricht. Sachliche, neutrale und wissenschaftlich fundierte Informationen über Cannabis sind gerade im Zuge der Legalisierung so wichtig wie nie. Die Pharmakokinetik, also die Beschreibung der Prozesse, die das Betäubungs- und Arzneimittel im Körper durchläuft, bietet zudem interessante mathematische Einblicke und ermöglicht den Schülerinnen und Schülern, ihr Wissen aus der Analysis anzuwenden.

---

## KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	10/11/12/13
<b>Kompetenzen:</b>	Mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz, Textkompetenz, Umgang mit Texten und Medien
<b>Methoden:</b>	Analyse, Auswertung, Bildanalyse, Computer- und Softwareeinsatz, Datenauswertung, Diagrammerstellung
<b>Thematische Bereiche:</b>	Parabel, gebrochenrationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, abschnittsweise definierte Funktionen, Modell- und Prognosefunktionen, Gleichungssysteme, Fehlerquadratsumme, Extremwertproblem, Ableitung, bestimmtes Integral, Transformation einer Funktion

---

## Fachliche Hinweise

### Lernvoraussetzungen:

Grundvoraussetzung ist, dass die Schülerinnen und Schüler Gleichungssysteme aufstellen und lösen können, da dies in den Materialien immer wieder vorkommt. Die Lernenden sollten ganzrationale, gebrochenrationale, Exponential- und Logarithmusfunktionen kennen und sie differenzieren können. Außerdem gehen sie sicher mit abschnittsweise definierten Funktionen um und wissen, was Stetigkeit und Differenzierbarkeit an einer Stelle  $x$  bedeutet.

Die Jugendlichen müssen mit verschiedenen digitalen Werkzeugen umgehen, etwa einem TR/CAS, Tabellenkalkulationsprogramm und GeoGebra. Daher sollten hier Grundkenntnisse vorhanden sein.

### Lehrplanbezug:

Im LehrplanPLUS des bayerischen Gymnasiums für Mathematik

<https://www.lehrplanplus.bayern.de/schulart/gymnasium>

(aufgerufen am 12.01.2024) finden sich im Fachlehrplan Mathematik für die Oberstufe folgende Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- analysieren ganzrationale Funktionen hinsichtlich ihrer Eigenschaften durch flexible und reflektierte Nutzung der Methoden der Differentialrechnung. Zur Kontrolle ihrer Ergebnisse verwenden sie auch eine geeignete Mathematiksoftware.
- lösen Problemstellungen in Sachkontexten, insbesondere im Rahmen der Modellierung von Wachstums- und Abklingvorgängen, und führen dabei auch beliebige Exponentialfunktionen auf die natürliche Exponentialfunktion zurück. Sie nutzen ihre Ergebnisse für eine fundierte Bewertung von Sachverhalten.
- bestimmen aus gegebenen Bedingungen die Werte von Parametern eines Funktionsterms.
- wenden die Methoden der Differential- und Integralrechnung in Sachzusammenhängen flexibel und reflektiert an; sie interpretieren und validieren ihre Ergebnisse. Es wird ihnen bewusst, dass die Differential- und Integralrechnung in unterschiedlichsten Bereichen Verwendung findet (z. B. Wirtschaftsmathematik, Statistik, Klimaforschung, Ingenieurwesen), was ihnen erneut verdeutlicht, dass mathematische Kenntnisse für viele Berufsfelder eine wesentliche Grundlage darstellen.

## Didaktisch-methodische Hinweise

### M 2

Für die Bearbeitung von **M 2** muss den Lernenden das Material **M 1** vorliegen, da sie die Werte der Tabellen benötigen. Die Daten der Diagramme aus **M 1** stammen aus einer Studienzusammenfassung von der Website <https://observatoireprevention.org/en/2019/09/16/edible-cannabis-an-effect-of-longer-duration-and-less-predictable-than-with-inhalation/> (aufgerufen am 16.01.2024) der „Observatoire de la Prévention“ des Kardiologischen Instituts von Montréal des Autors Dr. Martin Juneau aus dem Jahr 2019. Die Zusammenfassung bzw. die Website können Ihre Schülerinnen und Schülern vor der Bearbeitung von **M 2** durchlesen. Die Seite ist auf Englisch und Französisch verfügbar, damit schaffen Sie gleichzeitig einen übergreifenden Unterricht.

#### Aufgabe 1:

Die Modellierung des Anstiegs der THC-Blutplasmakonzentrationskurve bei der Inhalation führen die Jugendlichen am besten mit einem Tabellenkalkulationsprogramm durch. Dabei kann es möglicherweise je nach verwendeter Version oder Programm zu unterschiedlichen Lösungen kommen.

#### Aufgabe 2:

Die erste Teilaufgabe können Sie arbeitsteilig lösen lassen: Eine Gruppe stellt die Exponential-Modellfunktion und die andere die gebrochen-rationale Modellfunktion auf. Die Jugendlichen müssen dabei Gleichungssysteme bilden und diese von einem digitalen Werkzeug ihrer Wahl lösen lassen. Je nach verwendetem Werkzeug muss man vorher die Gleichungssysteme etwas vereinfachen. **Achtung:** gewöhnliche, sprachbasierte Chatbots wie ChatGPT können in der Regel nur sehr einfache Gleichungssysteme lösen (falls überhaupt). Weisen Sie Ihre Klasse darauf hin.

Die Teilaufgaben b) und c) untersuchen, welche Modellfunktion besser auf die Daten passt, einmal rein graphisch (b) und einmal mithilfe der Minimierung der Fehlerquadratsumme (c). Hier differenzieren Sie nach Leistungsstärke.

### M 3

#### Aufgabe 1:

Hier differenzieren Sie wieder nach Leistungsstärke: In Teilaufgabe a) müssen die Lernenden ein Gleichungssystem lösen (mittleres Niveau) und in Teilaufgabe b) minimieren sie die Fehlerquadratsumme aus zwei Punkten (schwieriges Niveau), um eine Modellfunktion zu finden.

#### Aufgabe 2:

Hier prognostizieren die Schülerinnen und Schüler den Abfall der THC-Blutplasmakonzentration bei der oralen Einnahme, indem sie eine bekannte Funktion  $f(t)$  mit der

Vorschrift  $a \cdot f(b \cdot (t + c))$  transformieren bzw. ihren Graphen stauchen/strecken bzw. verschieben. Wiederholen Sie bei schwächeren Lerngruppen, was die einzelnen Parameter, je nach Wert, bewirken.

#### M 4

##### Aufgaben 1 bis 3:

Diese Aufgaben können Sie arbeitsteilig von zwei Gruppen lösen lassen (eine Gruppe für die stark und eine für die gelegentlich Konsumierenden), da sie etwas zeitaufwendig sind. Weisen Sie Ihre Klasse darauf hin, dass sie bei den Schiebereglern eine Schrittweite von eins einstellen müssen und kein Parameter den Wert null annehmen soll. Diese Hinweise stehen zwar in der Aufgabenstellung, werden aber gerne überlesen.

Die Funktionsterme, welche die Lernenden in Aufgabe 2) finden sollen, bilden die Grundlage für die weiteren Aufgaben. Ihre Schüler und Schülerinnen sollten daher ihre Lösung mit den Hilfekarten in M 5 vergleichen, bevor sie die weiteren Aufgaben bearbeiten.

##### Aufgabe 4:

Hier müssen die bisherigen Ergebnisse zusammengeführt werden, damit die Jugendlichen die stark und gelegentlich Konsumierenden vergleichen können.

##### Aufgabe 5:

Auch diese Aufgabe können Sie wieder arbeitsteilig lösen lassen, da sie sich in stark und gelegentlich Nutzende aufteilen lässt. Wiederholen Sie, dass zwei Graphen an einer Stelle x „glatt“ ineinander übergehen, wenn die Funktionswerte und Steigungen der Graphen in x übereinstimmen.

#### Internetadressen

- <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/15681025/>  
<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7353904/>  
<https://observatoireprevention.org/en/2019/09/16/edible-cannabis-an-effect-of-longer-duration-and-less-predictable-than-with-inhalation/>  
Quellen zum Thema THC-Aufnahme und -Abbau, auf die in M 1 Bezug genommen wird.
- <https://academic.oup.com/jat/article-pdf/32/7/470/2594267/32-7-470.pdf>  
Wissenschaftliche Studie zum Thema THC-Blutplasmakonzentration, auf die in M 4 Bezug genommen wird.

## Auf einen Blick

### Modell- und Prognosefunktionen – Pharmakokinetik von THC

- M 1**            THC-Aufnahme und Abbau im Blut
- M 2**            THC-Konzentrationskurve bei der Inhalation
- M 3**            THC-Konzentration bei der oralen Einnahme
- M 4**            THC-Grenzwert im Straßenverkehr
- M 5**            Hilfekarten
- Benötigt:**     Internet
- GeoGebra
- Microsoft Excel

### Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	leichtes Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau
	Zusatzaufgabe		Alternative		

## THC-Aufnahme und Abbau im Blut

$\Delta^9$ -Tetrahydrocannabinol (THC) ist die psychoaktive Hauptsubstanz von Cannabis. Sie beeinflusst z. B. das Verhalten, die Schmerzwahrnehmung und den Appetit, kann entzündungshemmend wirken und Übelkeit bekämpfen. Außerdem ist es auch eine der Substanzen, die abhängig machen können<sup>1</sup>.

Das Abhängigkeitspotential einer Droge wird umso größer, je schneller die aktiven Bestandteile das Blut bzw. Gehirn erreichen<sup>2</sup>. Bei der Aufnahme von THC aus Cannabisprodukten gibt es hier deutliche Unterschiede: Bei der Inhalation (durch Rauchen oder Vaporisieren) gelangt THC über die Lunge sehr viel schneller ins Blut als bei der oralen Einnahme (Essen)<sup>3</sup>. Die folgende Tabelle zeigt die ungefähren Mittelwerte der Blutplasma-Konzentrationen P von THC in ng/ml über die Zeit t in Stunden von sechs Studienteilnehmenden während und nach dem Rauchen einer cannabishaltigen Zigarette (aka Joint) mit ca. 15,8 mg THC:

t	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,07	0,09	0,1	0,11	0,12	0,17	0,25	0,4	0,75	1,25	1,6	2,25	2,5
P	0	9	22	33	41	60	70	79	80	79	72	53	39,5	28	11	6	4,5	2,9	2

In der zweiten Tabelle sehen Sie die ungefähren Mittelwerte für Blutplasma-Konzentrationen bei einer oralen Einnahme von ca. 20 mg THC über eine Gelatine-Kapsel:

t	0	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	6
P	0	1	4	5	6	5	4	7	6,5	6,25	7	9

**Anmerkung:** Die Daten stammen aus den Diagrammen der Studienzusammenfassungen unter Fußnote 3.

- 1 Poyatos L, Pérez-Acevedo AP, et al. Oral Administration of Cannabis and  $\Delta$ -9-tetrahydrocannabinol (THC) Preparations: A Systematic Review. *Medicina* (Kaunas). 2020 Jun 23;56(6):309. doi: 10.3390/medicina56060309. PMID: 32585912; PMCID: PMC7353904.
- 2 Samaha AN, Robinson TE. Why does the rapid delivery of drugs to the brain promote addiction? *Trends Pharmacol Sci*. 2005 Feb;26(2):82–7. doi: 10.1016/j.tips.2004.12.007. PMID: 15681025.
- 3 Dr. Martin Juneau. Edible cannabis: An effect of longer duration and less predictable than with inhalation, *Observatoire de la Prévention*, <https://observatoireprevention.org/en/2019/09/16/edible-cannabis-an-effect-of-longer-duration-and-less-predictable-than-with-inhalation/>

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Modell- und Prognosefunktionen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

