

SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Die Kugel und ihre Gleichung

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

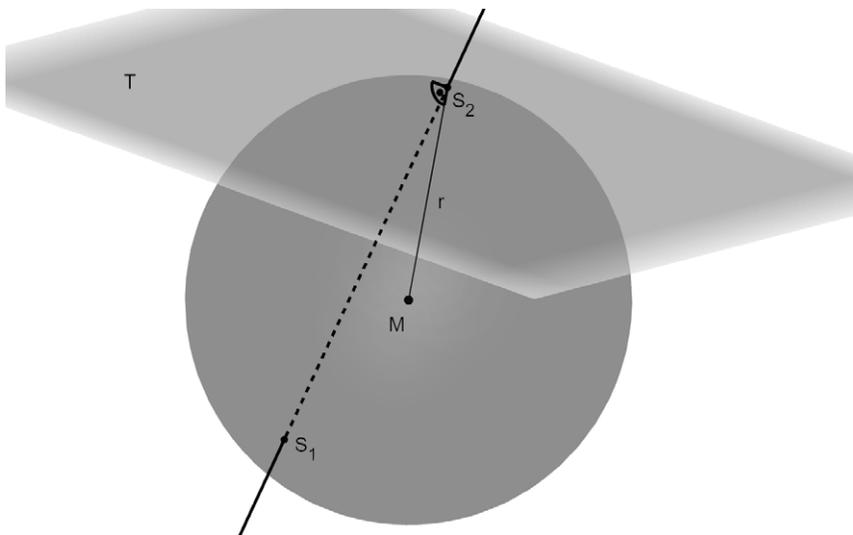


H.1.55

Kreis und Kugel

Die Kugel und ihre Gleichung – Vermischte Übungsaufgaben

Alfred Müller



© RAABE

Grafik: Günter Gerstbrein

In einer Reihe von Übungsaufgaben vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihr Wissen über die Kugel und die Kugelgleichung. Sie überprüfen die Lage von Kugeln zueinander, ermitteln die Daten von Schnittkreisen und bestimmen die Gleichung von Tangentialebenen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	10/11/12/13
Kompetenzen:	Analysekompetenz, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz
Methoden:	Analyse, Computer- und Softwareeinsatz, Übung
Thematische Bereiche:	Kugelgleichung, Kugel, Ebene, Ebenengleichung, Hesse-Form, Abstandsberechnung Tangentialebene, Schnittpunkt, Schnittgerade, Schnittkreis, Lotgerade, gegenseitige Lage von Objekten

Hinweise

Um die Übungen zu lösen, müssen die Schülerinnen und Schüler bereits mit der Kugel bzw. Kugelgleichung vertraut sein. Ebenso kennen sie bereits Ebenen und Geraden und die dazugehörigen Gleichungen und sind in der Lage, Abstände zu berechnen sowie Tangenten und Tangentialebenen an eine Kugel zu legen.

Auf einen Blick

Die Kugel und ihre Gleichung – Vermischte Übungsaufgaben

M 1 Übungsaufgaben

Erklärung zu den Symbolen



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Übungsaufgaben

M 1



1. Gegeben sind die Kugel $K: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} \right]^2 = 25$ sowie die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Der Mittelpunkt einer weiteren Kugel K_2 mit $r_2 = 20$ LE, die von der Kugel K von innen berührt wird, liegt auf der Geraden g . Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden möglichen Kugeln K_2 und K_2' .

2. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Ebene E_1 und die Gerade g

gegeben durch $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- a) Ermitteln Sie eine Gleichung von E_1 in Normalenform sowie Schnittpunkt G und Schnittwinkel γ der Geraden g mit der Ebene E_1 .
- b) Für $\sigma_p = 4$ erhält man den Punkt P auf der Geraden g . Stellen Sie eine Gleichung derjenigen Ebene E_2 auf, die parallel zu E_1 durch P verläuft.
- c) Die Kugel K berührt die Ebene E_1 im Punkt $Q(4|3|q_3)$ und außerdem die Ebene E_2 . Geben Sie eine Gleichung der Kugel K an.

- d) Die Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ schneidet die Kugel K in den Punkten R und S , wobei

der Punkt R die kleinere x_3 -Koordinate besitzt. Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangentialebene T in R an K . Untersuchen Sie dann die Lage der Geraden g bezüglich T .

3. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $A(6|4|-1)$, $B(2|2|3)$ und $C(2|0|5)$ gegeben.

- a) Die Ebene E_1 wird durch die drei Punkte A, B, C bestimmt. Geben Sie eine Gleichung von E_1 in Normalenform an.
- b) Die Ebenen E_2 und E_2' sind parallel zur Ebene E_1 und haben von dieser jeweils einen Abstand $d = 6$ LE. Geben Sie die Gleichungen dieser Parallelebenen an. Dabei sei E_2 jene Ebene, welche die positive x_3 -Achse und E_2' jene, welche die negative x_3 -Achse schneidet.



SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Die Kugel und ihre Gleichung

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

