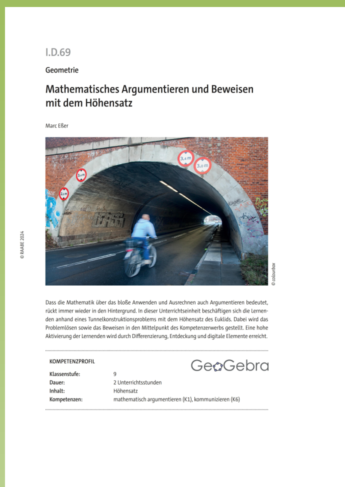
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit dem Höhensatz

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



I.D.69

Geometrie

Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit dem Höhensatz

Marc Eßer

© RAABE 2024

© colourbox

Dass die Mathematik über das bloße Anwenden und Ausrechnen auch Argumentieren bedeutet, rückt immer wieder in den Hintergrund. In dieser Unterrichtseinheit beschäftigen sich die Lernenden anhand eines Tunnelkonstruktionsproblems mit dem Höhensatz des Euklids. Dabei wird das Problemlösen sowie das Beweisen in den Mittelpunkt des Kompetenzerwerbs gestellt. Eine hohe Aktivierung der Lernenden wird durch Differenzierung, Entdeckung und digitale Elemente erreicht.

KOMPETENZPROFIL

GeoGebra

Klassenstufe:	9
Dauer:	2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Höhensatz
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)

I.D.69

Geometrie

Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit dem Höhensatz

Marc Eßer

Dass die Mathematik über das bloße Anwenden und Ausrechnen auch Argumentieren bedeutet, rückt immer wieder in den Hintergrund. In dieser Unterrichtseinheit beschäftigen sich die Lernenden anhand eines Tunnelkonstruktionsproblems mit dem Höhensatz des Euklids. Dabei wird das Problemlösen sowie das Beweisen in den Mittelpunkt des Kompetenzerwerbs gestellt. Eine hohe Aktivierung der Lernenden wird durch Differenzierung, Entdeckung und digitale Elemente erreicht.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	9
Dauer:	2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Höhensatz
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)

Didaktisch-methodisches Konzept

Mathematik betreiben, ist mehr als rechnerisches Kalkül. Das Betreiben von Mathematik ist auch eine argumentative Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten.
Sebastian Kuntze stellte bereits in „Geometrische Beweiskompetenz fördern durch Reflexions- und Schreibanlässe zu beweisbezogenem Metawissen“ fest, dass bei Lernenden in der Sekundarstufe wiederholt Defizite in Kompetenzen des geometrischen Beweisens und Argumentierens beobachtet wurden.
Für das Beweisen in der Geometrie wurden Kompetenzmodelle ausgearbeitet, die in drei Kompetenzniveaus unterschieden werden:

1. Einfaches Anwenden von Regeln
2. Begründen und argumentieren: Begründung mithilfe bestehender Sätze in neuen Zusammenhängen (einschrittig)
3. Begründen und argumentieren (mehrschrittig), das heißt mit Verknüpfung mehrerer Argumente zum Beispiel die Ausarbeitung des Höhensatzes algebraisch und geometrisch.

An dieses höchste Kompetenzniveau sollen die Lernenden in der hier ausgearbeiteten Stunde herangeführt werden. Der Höhensatz wird dazu algebraisch und geometrisch bewiesen, sodass verschiedene Darstellungsebenen miteinander vernetzt werden. Die Notwendigkeit des Beweises wird an ein lebensweltliches „Tunnelproblem“ angeknüpft, sodass es die Beweisführung legitimiert. Das Aufwerfen des Tunnelproblems hat darüber hinaus den Vorteil, dass die Problemlösung einen sinnstiftenden Verlauf durch die Stunde bildet.

Um was geht es inhaltlich?

Der inhaltliche Fokus liegt auf dem Höhensatz des Euklids und auf dessen Beweisführung.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Der **Einstieg** dient vorrangig der Motivation und realitätsnahen Problematik. Zu Beginn kann ein Video https://www.youtube.com/watch?v=iMYf2nA6O9g (letzter Zugriff 03.04.2024), das eine spektakuläre Busfahrt durch einen Tunnel dokumentiert, gezeigt werden. Das Arbeitsblatt „Problemstellung: Konstruktion eines Tunnels“ (**M 1**) ist schließlich dafür geeignet, von dem gesehenen Sachverhalt in die allgemeine Problematik eines sinnvoll konstruierten Tunnels einzusteigen. Der Sachverhalt kann auch ohne das Video und nur mit **M 1** eingeführt werden. Lassen Sie hierzu zunächst **Aufgabe 1** von **M 1** bearbeiten. Hierbei erfassen die Lernenden mit der Methode Think-Pair-Share die Problematik.
Neben dem Arbeitsblatt **M 1** steht Ihnen auch eine PowerPoint-Präsentation zur Verfügung, an der Sie die Problemstellung Schritt für Schritt im Plenum mit Ihrer Klasse besprechen können.
Dazu sollten die folgenden Aspekte des Sachverhaltes besprochen werden, um die Erarbeitungsphase vorzuentlasten: Im Gespräch sollten die Lernenden den Satz des Pythagoras als mögliches Mittel zur Anwendung nennen und rechtwinklige Dreiecke erkennen. Sie als Lehrperson sollten die Schwierigkeit hinsichtlich des Ausblendens des linken Gehwegs im Blick haben, um die Straßenbreite zu berechnen und darauf hinweisen. Die Lernenden sollten den Thaleskreis erkennen und mit seiner Hilfe das im Tunnel liegende Dreieck beschreiben.
Der Höhensatz kann hiernach durch die Lehrperson als Behauptung und als Lösungsansatz vorgegeben werden mit der Einsicht, dass das vorgegebene Problem dann schnell und einfach zu lösen sei. Mit **Aufgabe 2** von **M 1** werden die Lernenden dann zum Beweis des Satzes aufgefordert und somit zur Überprüfung der aufgestellten Behauptung der Lehrkraft. **M 1** strukturiert somit auch

die Erarbeitungsphase und dient den Lernenden in der Stunde zur Orientierung, in welcher Phase der Problemlösung sie sich zurzeit befinden. Mit einer geübten Klasse kann die Strukturierung und Abfolge des Problemlöseprozesses auch vor dem Austeilen von **M 1** gemeinsam erarbeitet werden.

Die **Erarbeitung** des Beweises des Höhensatzes erfolgt wahlweise geometrisch mit „Geometrischer Beweis des Höhensatzes durch Legen" (**M 2**) oder algebraisch mit „Algebraischer Beweis des Höhensatzes mithilfe des Satzes von Pythagoras" (**M 3**). Die Lernenden entscheiden zu Beginn der Phase selbstständig, welcher Beweiszugang zu ihnen passt. Das kann zu einer motivierenden Arbeitshaltung beitragen, da sie an der Wahl des Lösungsweges beteiligt sind. Gerade der geometrisch-analoge Lösungsweg hat einen Puzzlecharakter, der niedrigschwellig und motivierend für Lernende ist. Die Lernenden können die Materialien dabei zu zweit bearbeiten. Durch die handlungsorientierten Materialien (analog sowie digital) sowie die gewählte Sozialform ist eine hohe Aktivität der Lernenden gewährleistet.
Den Satz sollen die Lernenden mit dem Arbeitsblatt „Die Formulierung des Höhensatzes" (**M 4**) nochmals fokussieren. **M 4** ist so gestaltet, dass die Lernenden hinsichtlich eines sprachsensiblen Unterrichts die Argumentationsstruktur, die eine Behauptung unter bestimmten Voraussetzungen in der Struktur „Wenn ..., dann ..." umfasst, bewusst wahrnehmen und eine aktive Auseinandersetzung mit der Formulierung des Satzes und seiner Satzbestandteile eingefordert wird.

Die **Sicherungsphase** ist in zwei Phasen gegliedert. Zum einen gilt es, die beiden Beweise zum Höhensatz (**M 2**) (**M 3**) sowie den formulierten Satz zu besprechen (**M 4**).
Zum anderen sollte das zu Beginn behandelte Problem aufgegriffen und gelöst werden. Die Berechnung der tatsächlichen Breite der Straße kann hier wieder mithilfe der PowerPoint-Präsentation im Plenum besprochen werden.

Die jeweils von den Lernenden nicht ausgewählte Möglichkeit des Beweises dient ebenso zur Differenzierung nach oben und im Tempo für Leistungsstarke Lernende, die in beiden Darstellungsebenen den Höhensatz beweisen können. Ebenso können die Lernenden die Chance erhalten, sich in einer Hausaufgabe auch mit der jeweils anderen Beweisführung zu beschäftigen.

Was muss bekannt sein?
Die Lernenden sollten in vorangegangenen Unterrichtsstunden bereits den Satz des Pythagoras bearbeitet haben. Die Unterrichtsstunde sollte zudem nicht die erste Stunde sein, in der sie begründen und argumentieren müssen. Als vorangegangene Beweise bieten sich der Satz des Pythagoras und der Satz des Thales an.

Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden
Die Lernenden
- argumentieren mathematisch (K 1), indem sie verschiedene Arten (geometrisch/algebraisch) des Begründens und Überprüfens nutzen, um den Höhensatz zu beweisen und die Gültigkeit einer mathematischen Aussage schlussfolgern.
- lösen Probleme mathematisch (K 2), indem sie Informationen aus Texten und Bildern entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten sowie das Problem durch Einführen von Hilfslinien vereinfachen.

Mediathek

- Boero, P.: Argumentation and mathematical proof: a complex, productive, un-avoidable relationship in mathematics and mathematics education. International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof, 7/8, 1999.
- Kuntze, Sebastian: „Wozu muss man denn das beweisen?“ Vorstellungen zu Funktionen des Beweisens in Texten von Schülerinnen und Schülern der 8. Jahrgangsstufe. In: mathematica didactica, 28(2), S. 48–70. 2005.
- Kuntze, Sebastian: Geometrische Beweiskompetenz fördern durch Reflexions- und Schreibanlässe zu beweisbezogenem Metawissen, in: Matthias Ludwig, Reinhard Oldenburg, Jürgen Roth (Hrsg.): Argumentieren, Beweisen und Standards im Geometrieunterricht AK Geometrie 2007/08. S. 219.

Auf einen Blick

Planung für 2 Stunden

Einstieg

M 1 Problemstellung: Konstruktion eines Tunnels

Erarbeitung

M 2 Geometrischer Beweis des Höhensatzes durch Legen

M 3 Algebraischer Beweis des Höhensatzes mithilfe des Satzes von Pythagoras

Ergebnissicherung

M 4 Die Formulierung des Höhensatzes

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 10.

Erklärung zu den Symbolen

Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
Zusatzaufgabe	Alternative	Download

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit dem Höhensatz

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de


I.D.69

Geometrie

Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit dem Höhensatz

Marc Eßer

© RAABE 2024

© colourbox

Dass die Mathematik über das bloße Anwenden und Ausrechnen auch Argumentieren bedeutet, rückt immer wieder in den Hintergrund. In dieser Unterrichtseinheit beschäftigen sich die Lernenden anhand eines Tunnelkonstruktionsproblems mit dem Höhensatz des Euklids. Dabei wird das Problemlösen sowie das Beweisen in den Mittelpunkt des Kompetenzerwerbs gestellt. Eine hohe Aktivierung der Lernenden wird durch Differenzierung, Entdeckung und digitale Elemente erreicht.

KOMPETENZPROFIL

GeoGebra

Klassenstufe:	9
Dauer:	2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Höhensatz
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)