

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Stationenlernen Analysis: Graphisches Ableiten

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



II.A.47

Analysis

Graphisches Ableiten – In Stationenarbeit
Zusammenhänge erkunden

Nachrichten über von Dr. Jürgen Latz



Bei der Kurvenuntersuchung liefern die drei Ableitungen einer Funktion Kriterien für notwendige und hinreichende Bedingungen zum Bestimmen extremer Punkte der Funktionsgeraden (Hoch-, Tief-, Wend- und Sattelpunkte) und weisen auf Verzerrungsformen des Graphen (Monotonität, Krümmungsänderung) hin. Somit kann groß der Verlauf einer Funktion geschätzt werden. Der Schwerpunkt dieser Unterrichtseinheit liegt im graphischen Differenzieren. Lassen Sie Ihre Klasse Erkenntnis aus sowohl im Plenum als auch in Einzelarbeit, Partnerarbeit und Gruppenarbeit erarbeiten und in Stationenarbeit vertiefen.

KOMPETENZPROFIL:

Quantitativ: 12/17
Dauer: 4 Unterrichtsstunden
Angebotsort: mathematische Grundlagen innerhalb der Lernmodule 304
Mittel: Ableitung, Ableitungsfunktion, Ableitungsregeln, Störgröße,
Rückführung, Extremwerte, Wendepunkt, Sattelpunkt, Null-
stelle, Monotonie, Symmetrie, Tangente, Normalenvektor

II.A.47

Analysis

Graphisches Ableiten – In Stationenarbeit Zusammenhänge erkunden

Nach einer Idee von Dr. Jürgen Leitz



© RAABE 2024

© damircuic/E+

Bei der Kurvenuntersuchung liefern die drei Ableitungen einer Funktion Kriterien für notwendige und hinreichende Bedingungen zum Bestimmen markanter Punkte des Funktionsgraphen (Hoch-, Tief-, Wende- und Sattelpunkt) und werden zur Verlaufsbestimmung des Graphen (Monotonie, Krümmungsverhalten) angewendet. Somit kann grob der Verlauf einer Funktion gezeichnet werden. Den Schwerpunkt dieser Unterrichtseinheit bildet das graphische Differenzieren. Lassen Sie Ihre Klasse Erkenntnisse sowohl im Plenum als auch in Einzelarbeit, Partnerarbeit und Gruppenarbeit erarbeiten und in Stationenarbeit vertieft üben.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12
Dauer:	6 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	mathematische Darstellungen verwenden (K4), kommunizieren (K6)
Inhalt:	Ableitung, Ableitungsfunktion, Änderungsrate, Steigung, Funktionsgraph, Extrempunkte, Wendepunkt, Sattelpunkt, Nullstelle, Monotonie, Symmetrie, Tangente, Vorzeichenwechsel

Didaktisch-methodisches Konzept

Um was geht es inhaltlich?

Den Schwerpunkt der Einheit bildet das graphische Differenzieren, wobei der Ableitungsgraph mit Kenntnis der Zusammenhänge zwischen der Ausgangsfunktion und den Ableitungsfunktionen zeichnerisch gewonnen wird.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Zur **Wiederholung** können Sie je nach verfügbarer Zeit ein Brainstorming, eine Mindmap oder ein kurzes Blitzlicht zu bekannten Sachverhalten der Differenzialrechnung wie Ableitung, Ableitungsregeln und deren Anwendung durchführen und so die Inhalte auffrischen.

Mit dem **Einstieg** „Graphen der Funktion und der Ableitungsfunktion – Zusammenhänge erkennen“ (**M 1**) schaffen Sie Motivation für die folgende Unterrichtseinheit. Projizieren Sie hierzu das Material im Klassenraum und sammeln Sie über die Methode des Think-Pair-Share erste Vermutungen über die Zusammenhänge des Graphen der Funktion und der Ableitungsfunktion.

Zur **Erarbeitung** setzen Sie das Material „Zusammenhang zwischen den Graphen einer Funktion f und den Graphen ihrer Ableitungsfunktionen f' und f'' “ (**M 2**) ein. Hier können Sie über die Sozialform differenzieren: Lassen Sie die Lernenden zu zweit arbeiten und sich so gegenseitig unterstützen. Ebenso könnten Sie zur Hilfestellung die Wörter, die in den Lückentexten ausgefüllt werden müssen, als Wortspeicher bereits bei der Bearbeitung zur Verfügung stellen.

Die Erarbeitung zweier Verfahren zum grafischen Differenzieren erfolgt schließlich mithilfe der Schritt-für-Schritt-Anleitung „Graphisches Ableiten – Mithilfe von Tangentensteigung“ (**M 3**) und „Graphisches Ableiten – Mithilfe von Steigungsbereichen“ (**M 4**). Teilen Sie Ihre Klasse in Zweier-teams auf. Eine Person soll sich dabei mit dem Verfahren **M 3** beschäftigen, die andere mit **M 4**. Danach sollen sie sich ihre Verfahren gegenseitig erklären. Je nach Leistungsniveau können die Lernenden sich auch in Expertengruppen bei der Erarbeitung ihres Materials zusammenfinden und sich so gegenseitig beim Verständnis des Verfahrens unterstützen.

Zur **Übung und Festigung** erfolgt nun eine Stationenarbeit. Das Material „Laufzettel zur Stationenarbeit“ (**M 5**) dient dabei der Übersicht. Es gibt vier Stationen „Station 1 – Graph mit einem Wendepunkt“ (**M 6**), „Station 2 – Graph mit zwei Wendepunkten“ (**M 7**), „Station 3 – Graph mit drei Wendepunkten“ (**M 8**) und „Station 4 – Graph mit Sattelpunkt“ (**M 9**), die von jeder Person zu durchlaufen sind. Jede Station besteht aus 2 Aufgaben, wobei der jeweilige Name der Stationen 1 bis 3 aus der Anzahl der Wendepunkte des Funktionsgraphen in Aufgabe 1 abgeleitet ist; bei Station 4 ist ein Wendepunkt gleichzeitig ein Sattelpunkt, daher der Name „Sattelpunkt“.

Die zwei Aufgaben einer Station sollten in der vorgegebenen Reihenfolge bearbeitet werden.

Bei Aufgabe 1 ist jeweils der Graph der Ableitungsfunktion aus dem Graphen der Ausgangsfunktion grob zu skizzieren.

Bei der Lösung von Aufgabe 2 müssen die Lernenden jeweils ihre Kenntnisse über den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und den Graphen ihrer Ableitungsfunktionen anwenden.

Die Aufgaben können in Kleingruppen von 3 bis 4 Personen gelöst werden.

Für das Lösen der Aufgaben ist für jede Station jeweils eine Unterrichtsstunde vorgesehen. Je nach Leistungsstärke der Lernenden kann diese Zeit auch verkürzt werden. Aufgaben, die nicht geschafft werden, sind zu Hause fertigzustellen.

Mithilfe von „Tippkarten für das Stationenlernen“ (M 10) werden Hinweise und Tipps zum Lösen jeder Aufgabe gegeben. Diese stellen Lösungshinweise dar, ohne dass die Lösung vorweggenommen wird. Die Lernenden können hier nachlesen, wenn sie nicht wissen, wie sie mit der Lösung einer Aufgabe beginnen sollen. Zu manchen Aufgaben gibt es mehrere Hinweise und Tipps. Die Lernenden sollen hier nach dem Lesen eines Tipps nochmals nachdenken, ob sie nun einen Lösungsweg finden, bevor sie den nächsten Tipp lesen. Legen Sie die Tipps sowie die ausführlichen Lösungen der Aufgaben am Pult aus, sodass die Lernenden ihre Rechnungen und Ergebnisse nach Beendigung einer Station überprüfen können.

Mit dem **Rückbezug** „Graphen der Funktion und der Ableitungsfunktion – Zusammenhänge erkennen“ (M 11) bilden Sie einen Bogen zum Einstieg. Besprechen Sie hier im Plenum nochmal das Gelernte. Überprüfen und korrigieren Sie damit die Vermutungen, die eingangs von den Lernenden aufgestellt wurden. Falls Fragen im Laufe der Unterrichtseinheit aufgetreten sind, haben die Lernenden hier nun nochmal die Gelegenheit, diese zu klären.

Was muss bekannt sein?

Für die Durchführung der Stationenarbeit sollte bei den Lernenden bereits folgendes Vorwissen vorhanden sein:

- Ableitung und Ableitungsfunktion
- Bedeutung der Ableitung als Tangentensteigung und als Änderungsrate
- Kenntnis über markante Punkte eines Funktionsgraphen (Nullstellen, Hoch-, Tief-, Wende- und Sattelpunkte)
- Bedingungen für Extrem- und Wendepunkte
- Beschreibung des Verlaufs eines Funktionsgraphen (Monotonie, Krümmung, Vorzeichenwechsel)

Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden

- verwenden mathematische Darstellungen (K 4), indem sie beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert) nutzen.
- kommunizieren (K 6), indem sie Äußerungen und Informationen zum Graphen von Funktionen analysieren und beurteilen.

Auf einen Blick

Planung für 6 Stunden

Einstieg

- M 1** Graphen der Funktion und der Ableitungsfunktion – Zusammenhänge erkennen

Erarbeitung

- M 2** Zusammenhang zwischen den Graphen einer Funktion f und den Graphen ihrer Ableitungsfunktionen f' und f''
- M 3** Graphisches Ableiten – Mithilfe von Tangentensteigung
- M 4** Graphisches Ableiten – Mithilfe von Steigungsbereichen

Übung/Stationenarbeit

- M 5** Laufzettel zur Stationenarbeit
- M 6** Station 1 – Graph mit einem Wendepunkt
- M 7** Station 2 – Graph mit zwei Wendepunkten
- M 8** Station 3 – Graph mit drei Wendepunkten
- M 9** Station 4 – Graph mit Sattelpunkt
- M 10** Tippkarten für das Stationenlernen

Rückbezug

- M 11 (Ab)** Graphen der Funktion und der Ableitungsfunktion – Zusammenhänge erkennen

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 28.

SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Stationenlernen Analysis: Graphisches Ableiten

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



II.A.47

Analysis

Graphisches Ableiten – In Stationenarbeit
Zusammenhänge erkunden

Nachrichten über von Dr. Jürgen Latz



Bei der Kurvenuntersuchung liefern die drei Ableitungen einer Funktion Kriterien für notwendige und hinreichende Bedingungen zum Bestimmen extremer Punkte der Funktionsgraphen (Hoch-, Tief-, Wend- und Sattelpunkte) und werden zur Veranschaulichung des Graphen (Wendepunkt, Krümmungsverhalten) angewendet. Somit kann ganz der Verlauf einer Funktion gezeichnet werden. Der Schwerpunkt dieser Unterrichtseinheit liegt im graphischen Differenzieren. Lassen Sie Ihre Klasse Erkenntnis aus sowohl im Plenum als auch in Einzelarbeit, Partnerarbeit und Gruppenarbeit erarbeiten und in Stationenarbeit vertiefen.

KOMPETENZPROFIL:

Quantitativ: 12/17
Dauer: 4 Unterrichtsstunden
Angebotsort: mathematische Grundlagen innerhalb der Lernmodule 304
Mittel: Ableitung, Ableitungsfunktion, Ableitungsregeln, Skizzen, Funktionsgraph, Extremwerte, Wendepunkt, Sattelpunkt, Nullstelle, Monotonie, Symmetrie, Tangente, Wertebereich