

SCHOOL-SCOUT.DE

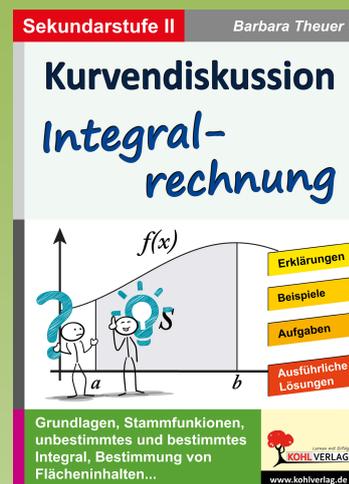
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kurvendiskussion / Integralrechnung

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Inhalt

	<u>Seite</u>
Vorwort	4
1 Flächeninhalt eines Polygons	5
2 Grundlagen der Integralrechnung (Blatt 1 bis Blatt 6)	6 - 11
3 Hauptsatz über Flächeninhaltsfunktionen (Blatt 1 bis Blatt 3)	12 - 14
4 Stammfunktion und unbestimmtes Integral (Blatt 1 und Blatt 2)	15 - 16
5 Rechenregeln für unbestimmte Integrale (Blatt 1 und Blatt 2)	17 - 18
6 Übungen zum Berechnen unbestimmter Integrale	19
7 Das Anfangswertproblem (Blatt 1 und Blatt 2)	20 - 21
8 Das bestimmte Integral (Blatt 1 bis Blatt 4)	22 - 25
9 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (Blatt 1 und Blatt 2)	26 - 27
10 Rechenregeln für bestimmte Integrale (Blatt 1 und Blatt 2)	28 - 29
11 Test zu den Grundlagen der Integralrechnung (Blatt 1 und Blatt 2)	30 - 31
12 Flächen unter Funktionsgraphen (Blatt 1 bis Blatt 4)	32 - 35
13 Rekonstruktionsaufgaben (Blatt 1 und Blatt 2)	36 - 37
14 Flächen zwischen Funktionsgraphen (Blatt 1 bis Blatt 6)	38 - 43
15 Eine Aufgabe – zwei Wege	44
16 Aufgabenpuzzle (Blatt 1 und Blatt 2)	45 - 46
17 Ein außergewöhnliches Integral (Blatt 1 bis Blatt 3)	47 - 49
18 Volumen von Rotationskörpern (Blatt 1 bis Blatt 4)	50 - 53
19 Die Lösungen	54 - 79



Vorwort

Dieser vierte Band zur Analysis bietet einen Beitrag zur Behandlung der Analysis im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe an. Anknüpfend an die vorangegangenen Bände bildet dieses Werk den Schwerpunkt Integralrechnung an und ergänzt die Kurvendiskussion im weitesten Sinne mit der Berechnung von Flächen zwischen Funktionsgraphen. Geschichtliche Betrachtungen zur Entwicklung und zu den Methoden der Integralrechnung finden sich hier ebenso wie Begriffserklärungen, vielfältige Arbeitsaufträge zum Üben und Festigen im Berechnen unbestimmter und bestimmter Integrale, die Anwendung des bestimmten Integrals zur Flächen- und Volumenberechnung. Auch Symbole und Formeln werden als Merkstoff zum Erkennen der Zusammenhänge zwischen Integralrechnung und Differentialrechnung vorgestellt.

Die Aufträge in diesem Heft erschöpfen sich keineswegs auf eine algorithmische Anwendung der Operation des Integrierens und entsprechender Regeln – das erledigen ja inzwischen moderne Taschenrechner für die Schüler. Vielmehr geht es auf den ersten Seiten darum, das Verständnis für die Strategie der Flächenberechnung krummlinig begrenzter Flächen zu fördern, indem die Schüler aufgefordert werden, die Fläche eines Parabelsegmentes durch die Summen einer zunehmenden Zahl von Rechteckflächen – den Streifenflächen – anzunähern. Hier ist der Einsatz von Arbeitsblättern auch für die Schüler der gymnasialen Oberstufe sinnvoll, da entsprechende Graphiken Hilfe und Anregung zum weiteren selbstständigen Entwickeln von Formeln für Ober- und Untersummen zum Einschachteln der exakten Flächen geben. Auch die Genialität des Grenzwertbegriffs bei der Anwendung für eine gegen unendlich strebende Anzahl von Streifen soll den Schülern mit entsprechenden Arbeitsaufträgen bewusst gemacht werden.

Zahlreiche Übungen zur Festigung der Integrationsregeln zum Auffinden von Stammfunktionen, Berechnen unbestimmter und bestimmter Integrale – zur Auflockerung auch als Multiple Choice-Tests und als Puzzles gestaltet – schließen sich an.

Den Schwerpunkt bildet die Anwendung der Integralrechnung zur Bestimmung des Inhaltes krummlinig begrenzter Flächen. Aufträge zur Erarbeitung des Verfahrens sowie Aufgaben zur Festigung der Flächenberechnung sind mittels Abbildungen der entsprechenden Funktionsgraphen anschaulich formuliert.

Der Band wird mit Aufgaben zur Volumenberechnung von Rotationskörpern mittels Integration abgerundet. Dabei wird der Beschreibung der Profillinien der zu berechnenden Körper durch mathematische Funktionen besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

Wir wünschen, dass Ihnen mit den vorliegenden Kopiervorlagen ein ansprechender Beitrag zur Ergänzung des Mathematikunterrichts sowie eine gute praktische Hilfe im Schulalltag in die Hand gegeben wird.

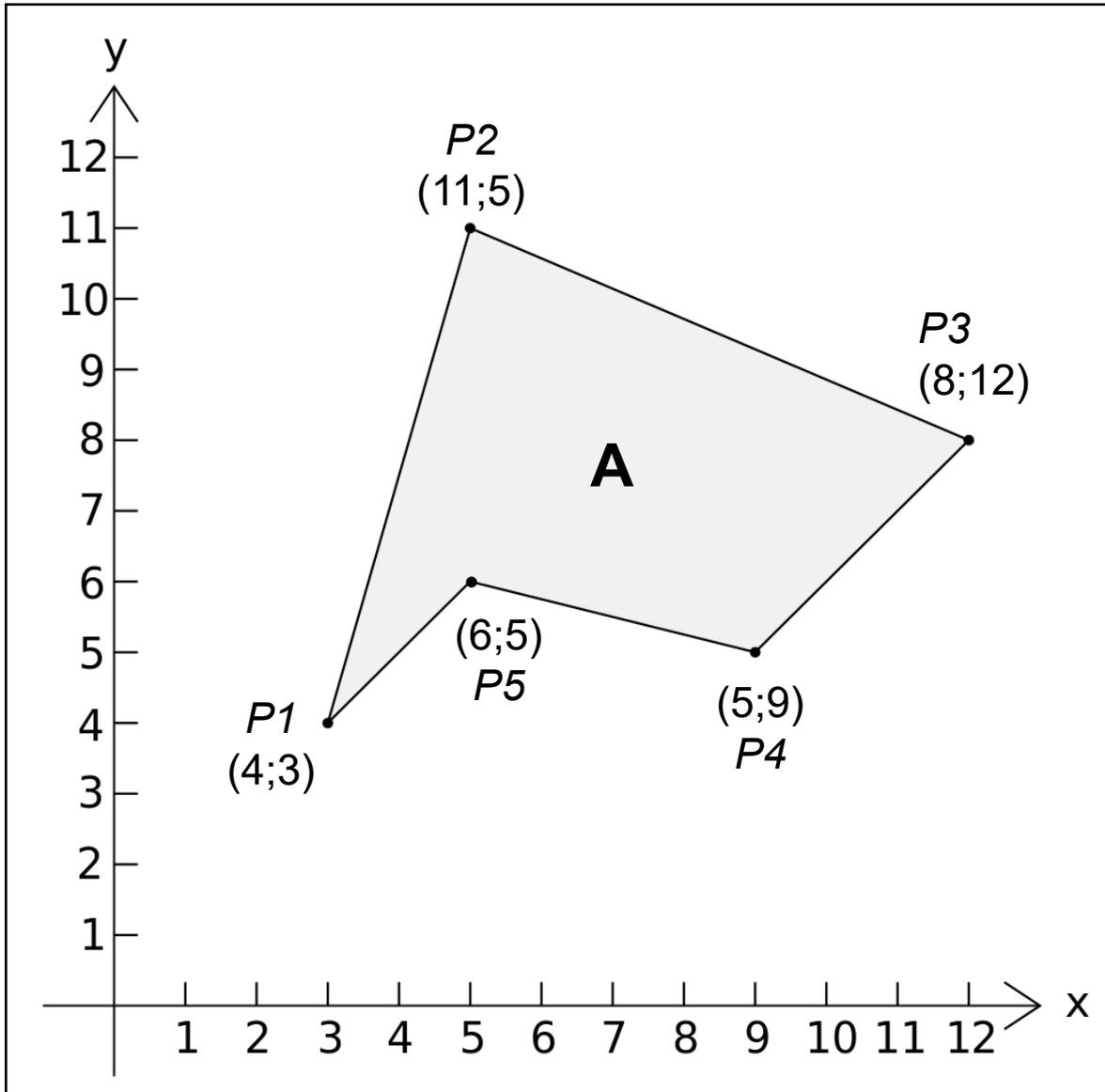
Viel Erfolg bei der Arbeit.

Das Kohl-Verlagsteam und **Barbara Theuer**

1 Flächeninhalt eines Polygons



Aufgabe 1: Zeichne geeignete Hilfslinien und berechne die abgebildete Fläche A. Notiere deinen Rechenweg.



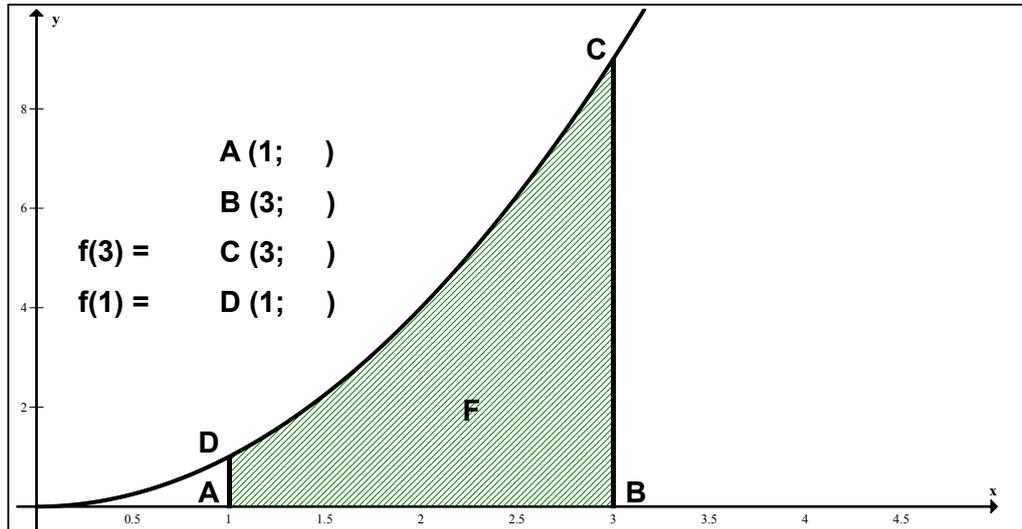
Rechenweg: _____



2

Grundlagen der Integralrechnung (Blatt 1)

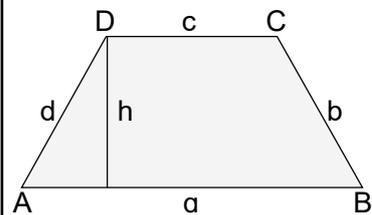
Aufgabe 1: Die Fläche der Figur F wird durch den Graph der Funktion $f(x) = x^2$, die Geraden $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, und die x -Achse begrenzt. Ermittle einen Näherungswert A_{N1} für den Flächeninhalt von F , indem du den Flächeninhalt des umschriebenen Trapezes berechnest. Berechne dazu die Ordinaten der Punkte C und D . Ergänze die fehlenden Punktkoordinaten.



Aufgabe 2: Ergänze in obiger Abbildung die Gerade $x_3 = 2$. Zeichne analog zu Aufgabe 1 zwei Trapeze, welche die Fläche zwischen dem Graph der Funktion $f(x) = x^2$ und der x -Achse über dem Intervall $[1 \leq x \leq 3]$ umschreiben. Berechne die Flächeninhalte der Trapeze und gib einen weiteren Näherungswert A_{N2} für den Flächeninhalt der Figur F an. Vergleiche das Ergebnis mit dem Ergebnis von Aufgabe 1.

Zur Erinnerung:
 Wenn im Trapez $ABCD$ $a \parallel c$ und $h \perp a$, gilt für den Flächeninhalt:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

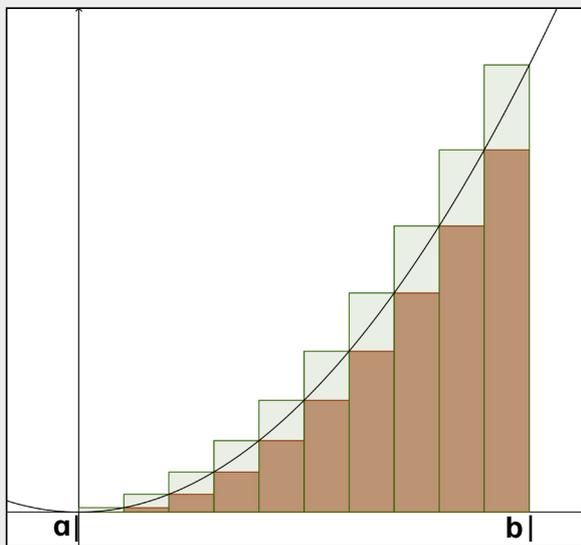
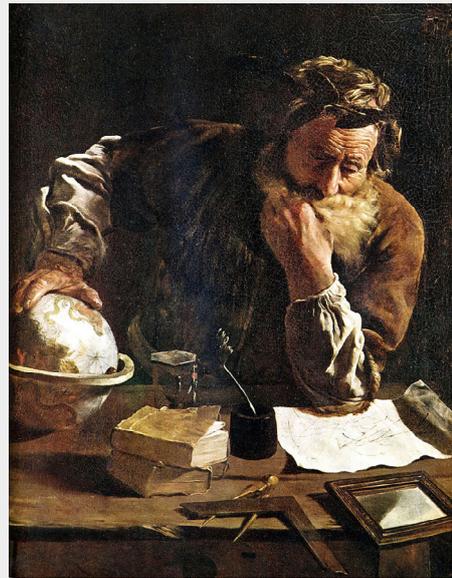


2 Grundlagen der Integralrechnung (Blatt 2)

Etwa 2000 Jahre bevor die Differenzial- und Integralrechnung durch Cavalieri (1630), Newton und Leibnitz (1670) als Grundpfeiler von Analysis und modernen Naturwissenschaften entwickelt wurden, war es Archimedes von Syrakus (287 bis 212 v.Ch.) gelungen, den Flächeninhalt eines Parabelsegments exakt zu bestimmen.

Das Verfahren des Archimedes (die Streifenmethode) zur Bestimmung von nicht geradlinig begrenzten Flächen ist auch heute noch für das Verständnis der Integralrechnung von zentraler Bedeutung.

Die Grundidee des Archimedes lässt sich kurz wie folgt beschreiben:



Das Parabelsegment der Funktion $f(x) = x^2$ über dem Intervall $[a \leq x \leq b]$ wird in n vertikale Streifen gleicher Breite unterteilt. Die Fläche eines jeden vom Funktionsgraphen begrenzten Streifens lässt sich durch zwei Rechtecke einschachteln – dabei liegt jeweils ein Rechteck ganz unter der Kurve und ein Rechteck vollständig über der Kurve. Die untere Abschätzung der gesuchten Fläche erhält man mit der Summe aller unterhalb der gesuchten Fläche liegenden Rechteckflächen – der Untersumme U_n ; die obere Abschätzung erhält man mit der

Summe aller oberhalb der Fläche liegenden Rechteckflächen – der Obersumme O_n .

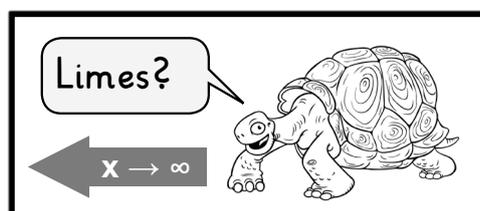
Somit ergibt sich für die gesuchte Fläche A folgende Abschätzung:

$$U_n \leq A \leq O_n, n \in \mathbb{N}$$

Je größer die Anzahl n der Streifen, desto mehr nähern sich Untersumme und Obersumme an, woraus folgt, dass die Abschätzung für A mit wachsendem n umso genauer wird.

Aufgabe 3: Durch welchen mathematischen Prozess wird erreicht, dass $U_n = A = O_n$ gilt?

Aufgabe 4: Welche bedeutenden Erkenntnisse bei der Entwicklung der Infinitesimalrechnung gehen auf Gottfried Wilhelm Leibniz zurück? Informiere dich in Nachschlagewerken oder im Internet.



Kurvendiskussion Integralrechnung

3. Digitalauflage 2024

© Kohl-Verlag, Kerpen 2017
Alle Rechte vorbehalten.

Inhalt: Barbara Theuer
Umschlagbild: © Matthias Enter & bonilla1879 - fotolia.com
Bildnachweise: siehe Seite 80
Cliparts: © clipart.com
Redaktion: Kohl-Verlag
Grafik & Satz: Kohl-Verlag

Bestell-Nr. P12 011

ISBN: 978-3-96040-718-8

© Kohl-Verlag, Kerpen 2024. Alle Rechte vorbehalten.

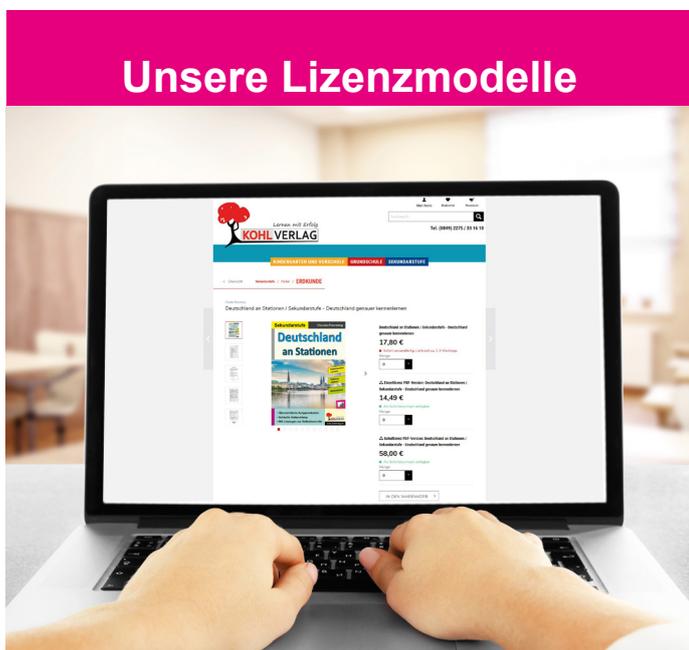
Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und unterliegen dem deutschen Urheberrecht. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages (§ 52 a UrhG). Weder das Werk als Ganzes noch seine Teile dürfen ohne Einwilligung des Verlages an Dritte weitergeleitet, in ein Netzwerk wie Internet oder Intranet eingestellt oder öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung in Schulen, Hochschulen, Universitäten, Seminaren und sonstigen Einrichtungen für Lehr- und Unterrichtszwecke. Der Erwerber dieses Werkes in PDF-Format ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den Gebrauch und den Einsatz zur Verwendung im eigenen Unterricht wie folgt zu nutzen:

- Die einzelnen Seiten des Werkes dürfen als Arbeitsblätter oder Folien lediglich in Klassenstärke vervielfältigt werden zur Verwendung im Einsatz des selbst gehaltenen Unterrichts.
- Einzelne Arbeitsblätter dürfen Schülern für Referate zur Verfügung gestellt und im eigenen Unterricht zu Vortragszwecken verwendet werden.
- Während des eigenen Unterrichts gemeinsam mit den Schülern mit verschiedenen Medien, z.B. am Computer, Tablet via Beamer, Whiteboard o.a. das Werk in nicht veränderter PDF-Form zu zeigen bzw. zu erarbeiten.

Jeder weitere kommerzielle Gebrauch oder die Weitergabe an Dritte, auch an andere Lehrpersonen oder pädagogische Fachkräfte mit eigenem Unterrichts- bzw. Lehr-auftrag ist nicht gestattet. Jede Verwertung außerhalb des eigenen Unterrichts und der Grenzen des Urheberrechts bedarf der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages. Der Kohl-Verlag übernimmt keine Verantwortung für die Inhalte externer Links oder fremder Homepages. Jegliche Haftung für direkte oder indirekte Schäden aus Informationen dieser Quellen wird nicht übernommen.

Kohl-Verlag, Kerpen 2024

Unsere Lizenzmodelle



Der vorliegende Band ist eine PDF-Einzellizenz

Sie wollen unsere Kopiervorlagen auch digital nutzen? Kein Problem – fast das gesamte KOHL-Sortiment ist auch sofort als PDF-Download erhältlich! Wir haben verschiedene Lizenzmodelle zur Auswahl:



	Print-Version	PDF-Einzellizenz	PDF-Schullizenz	Kombipaket Print & PDF-Einzellizenz	Kombipaket Print & PDF-Schullizenz
Unbefristete Nutzung der Materialien	X	X	X	X	X
Vervielfältigung, Weitergabe und Einsatz der Materialien im eigenen Unterricht	X	X	X	X	X
Nutzung der Materialien durch alle Lehrkräfte des Kollegiums an der lizenzierten Schule			X		X
Einstellen des Materials im Intranet oder Schulserver der Institution			X		X

Die erweiterten Lizenzmodelle zu diesem Titel sind jederzeit im Online-Shop unter www.kohlverlag.de erhältlich.

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kurvendiskussion / Integralrechnung

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

