

# SCHOOL-SCOUT.DE

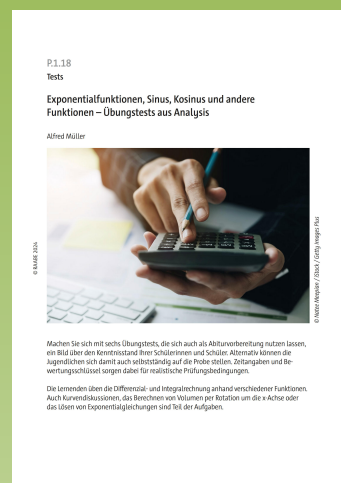
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Klausur: Exponentialfunktion, Sinus, Kosinus und andere Funktionen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



## P.1.18

### Tests

# Exponentialfunktionen, Sinus, Kosinus und andere Funktionen – Übungstests aus Analysis

Alfred Müller



© RAABE 2024

© Natee Meepian / iStock / Getty Images Plus

Machen Sie sich mit sechs Übungstests, die sich auch als Abiturvorbereitung nutzen lassen, ein Bild über den Kenntnisstand Ihrer Schülerinnen und Schüler. Alternativ können die Jugendlichen sich damit auch selbstständig auf die Probe stellen. Zeitangaben und Bewertungsschlüssel sorgen dabei für realistische Prüfungsbedingungen.

Die Lernenden üben die Differenzial- und Integralrechnung anhand verschiedener Funktionen. Auch Kurvendiskussionen, das Berechnen von Volumen per Rotation um die x-Achse oder das Lösen von Exponentialgleichungen sind Teil der Aufgaben.

---

## KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	10/11/12/13
<b>Kompetenzen:</b>	Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz
<b>Methoden:</b>	Abiturvorbereitung, Übung
<b>Thematische Bereiche:</b>	Exponentialfunktion, Kosinus, Sinus, Exponentialgleichung, Wurzel, Arkuskosinus, gebrochenrationale Funktion, Kurvendiskussion, Differenzieren, Integrieren

---

## Fachliche Hinweise

Die Jugendlichen sind in der Lage, verschiedene Funktionen zu differenzieren und zu integrieren und Kurvendiskussionen durchzuführen sowie Gleichungen zu lösen. Als Abiturvorbereitung sollte der Stoff der Oberstufe vorausgesetzt werden können.

## Auf einen Blick

---

### Übungstests aus Analysis

<b>M 1</b>	Exponentialfunktion
<b>M 2</b>	Kosinusfunktion
<b>M 3</b>	Rationale Funktionen und Wurzel
<b>M 4</b>	Exponentialfunktion und Exponentialgleichungen
<b>M 5</b>	Gebrochenrationale Funktion und Arkuskosinus
<b>M 6</b>	Sinus- und Kosinusfunktion

---

### Erklärung zu den Symbolen



leichtes Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau



## Exponentialfunktion

1. Gegeben ist die in  $D_a = \mathbb{R}$  definierte Schar von Funktionen  $f_a$  durch ihre Gleichung

$$f_a(x) = (x^2 - a^2) \cdot e^{\frac{1}{2}(x^2 - a^2)} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R} \text{ und Graphen } G_a.$$

- Untersuchen Sie die Graphen  $G_a$  auf Symmetrie sowie auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Bestimmen Sie dann die Grenzwerte für  $x \rightarrow \pm\infty$ . [6 BE]
  - Bestimmen Sie das Monotonieverhalten der Funktionen  $f_a$  sowie die Koordinaten der Hoch- und Tiefpunkte. [10 BE]
  - Zeichnen Sie den Graphen  $G_1$  für  $a = 1$  im Intervall  $I = [-3; 3]$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Verwenden Sie: 1 LE = 2 cm. [6 BE]
2. Stammfunktion und Integralfunktion

- Zeigen Sie, dass die Funktion  $F$  mit der Gleichung  $F(x) = -x \cdot e^{\frac{1}{2}(x^2-1)} + e^{\frac{1}{2}}$  eine Stammfunktion zur Funktion  $f_1$  ist. [5 BE]

- Die Funktion  $G(x) = \int_0^x f_1(t) dt$  ist eine Integralfunktion zur Funktion  $f_1$ .

Geben Sie die Funktion  $G$  integralfrei an. [4 BE]

- Bestimmen Sie mithilfe der Funktion  $G$  den Inhalt der Fläche, die der Graph  $G_1$  zwischen seinen Nullstellen mit der  $x$ -Achse einschließt. [5 BE]
- Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow \infty} G(x)$  und deuten Sie das Ergebnis geometrisch. [4 BE]

Arbeitszeit: 50 Minuten

Gesamt: [40 BE]

## M 2 Kosinusfunktion



1. Im Intervall  $I = [0; 2\pi]$  wird die Funktion  $f_a(x) = \frac{a \cdot (\cos x)^2}{|1 + \sin x|}$ ,  $a \in \mathbb{R}^+$  mit den Graphen  $G_a$  betrachtet.
  - a) Bestimmen Sie im Intervall  $I$  die Definitionsmenge  $D_a$  und zeigen Sie, dass eine stetig beherrschbare Definitionslücke vorliegt. [5 BE]
  - b) Bestimmen Sie für den Graphen  $G_a$  die Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse, Koordinaten und Art der Extremwerte und die Koordinaten der Wendepunkte. [9 BE]
  - c) Zeichnen Sie den Graphen  $G_1$  für  $a = 1$  im Intervall in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Verwenden Sie: 1 LE = 1 cm;  $\pi \approx 3$  LE. [4 BE]
  
2. Die Funktion  $g(x) = 1 + \cos x$  hat den Graphen  $G_g$ , der den Graphen  $G_1$  im Intervall  $I$  in den Punkten  $P$  und  $Q$  schneidet, wobei  $x_p < x_q$ .
  - a) Bestimmen Sie die Abszissen ( $x$ -Koordinaten) der Schnittpunkte, den Schnittwinkel  $\alpha$  im Punkt  $P$  und skizzieren Sie den Graphen  $G_g$  in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1c). [8 BE]
  - b) Die Graphen  $G_g$  und der der stetigen Fortsetzung von  $f_1$  schließen im Intervall zwischen den Punkten  $P$  und  $Q$  ein Flächenstück ein. Berechnen Sie diesen Flächeninhalt. [5 BE]
  
3. Die Funktion  $f_a$  kann im Intervall  $I' = [0; \pi]$  durch eine ganzrationale Funktion  $h(x)$  2. Grades angenähert werden, die mit  $f_a$  in den Funktionswerten  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}\pi$  und  $x_3 = \pi$  übereinstimmen.
  - a) Wie lautet die Funktionsgleichung der Funktion  $h$ ? [6 BE]
  - b) Skizzieren Sie eine Beweismöglichkeit für die Behauptung  $f(x) \geq h(x)$  für  $x \in I$ . [3 BE]

Arbeitszeit: 60 Minuten

Gesamt: [40 BE]

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Klausur: Exponentialfunktion, Sinus, Kosinus und andere Funktionen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

