

SCHOOL-SCOUT.DE

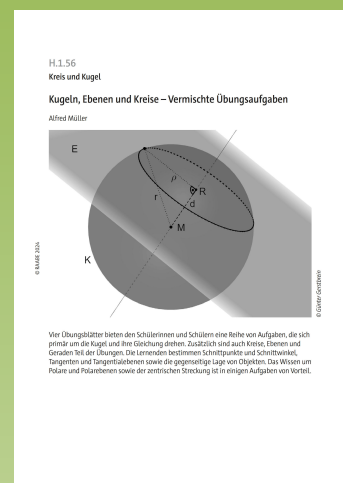
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kugeln, Ebenen und Kreise

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

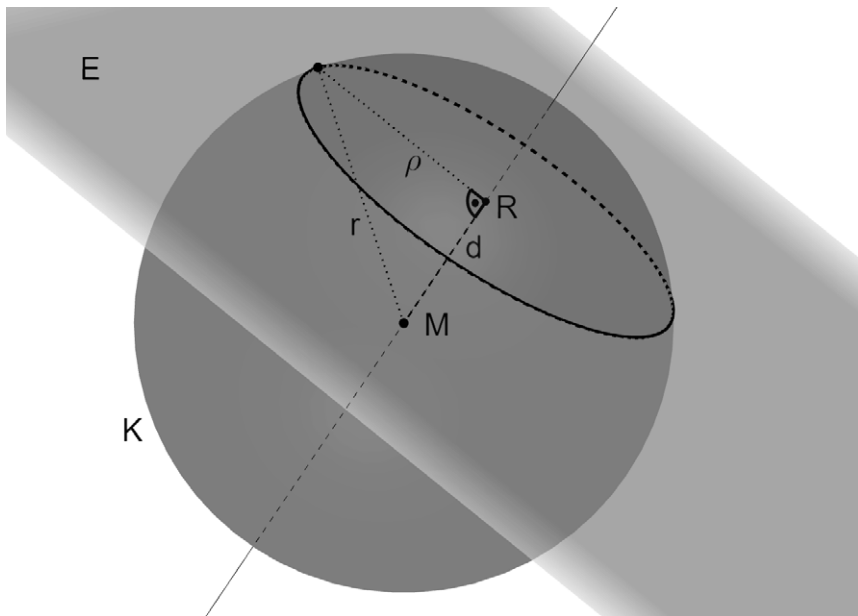


H.1.56

Kreis und Kugel

Kugeln, Ebenen und Kreise – Vermischte Übungsaufgaben

Alfred Müller



© RAABE 2024

© Günter Gerstbrein

Vier Übungsblätter bieten den Schülerinnen und Schülern eine Reihe von Aufgaben, die sich primär um die Kugel und ihre Gleichung drehen. Zusätzlich sind auch Kreise, Ebenen und Geraden Teil der Übungen. Die Lernenden bestimmen Schnittpunkte und Schnittwinkel, Tangenten und Tangentialebenen sowie die gegenseitige Lage von Objekten. Das Wissen um Polare und Polarebenen sowie der zentrischen Streckung ist in einigen Aufgaben von Vorteil.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	10/11/12/13
Kompetenzen:	Analysekompetenz, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz
Methoden:	Analyse, Computer- und Softwareeinsatz, Übungen
Thematische Bereiche:	Kugelgleichung, Kreisgleichung, Ebenen, Geraden, Abstandsberechnung, Winkelberechnung, Tangenten, Tangentialebene, Schnittkreis, zentrische Streckung

Fachliche Hinweise

Zur Lösung der Übungsaufgaben sind die Schülerinnen und Schüler bereits mit der Kugelgleichung bzw. der Kreisgleichung vertraut. Sie sind in der Lage, Abstände zu berechnen, Tangenten bzw. Tangentialebenen zu bestimmen, und auch Polare und Polarebenen sind ihnen ein Begriff. Im Rahmen eines Beispiels ist auch die Kenntnis der zentrischen Streckung von Vorteil.

Auf einen Blick

Kugeln, Ebenen und Kreise

M 1	Geraden, Ebenen und Kugeln
M 2	Dreieck und Kugeln
M 3	Kreise und eine Kugel
M 4	Kugel und zwei Ebenen

Erklärung zu den Symbolen



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Geraden, Ebenen und Kugeln

M 1

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind der Punkt $A(-1|4|0)$ und die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ gegeben.}$$

- a) Weisen Sie nach, dass der Punkt A nicht auf der Geraden g liegt. Bestimmen Sie außerdem eine Gleichung der Ebene E in Normalenform, die die Gerade g und den Punkt A enthält.
- b) Die Gerade h mit dem Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ geht durch den Punkt $M_1(2|3|-1)$.

Für welche Werte von a schneidet die Gerade h die Ebene E?

2. Gegeben sind die beiden Kugeln $K_1: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right]^2 = 36$ und $K_2: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix} \right]^2 = 36$

- a) Der Punkt $B(0|-1|b>0)$ liegt auf der Kugel K_1 . Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangentialebene T im Punkt C an die Kugel K_1 .
- b) Zeigen Sie, dass die Ebene T auch die Kugel K_2 berührt und bestimmen Sie den Berührungspunkt C der Ebene T mit der Kugel K_2 .
- c) Die Ebenen E und T schneiden sich in einer Geraden s unter dem Winkel φ . Bestimmen Sie eine Gleichung von s sowie den Winkel φ .
- d) Weisen Sie nach, dass die Kugeln K_1 und K_2 symmetrisch zur Ebene E liegen und sich in einem Kreis k schneiden. Berechnen Sie Mittelpunkt R und Radius ρ des Schnittkreises k.
- e) Die Ebene E teilt die Kugel K_1 in zwei Teile, wobei einer der beiden Teile den Ursprung enthält. Hat dieser Teil der Kugel das größere Volumen?

3. Eine Kugel $K_3: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} m \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix} \right]^2 = 64$ schneidet die Kugel K_1 rechtwinklig.

Bestimmen Sie den Wert m. Welche gegenseitige Lage haben die Kugeln K_2 und K_3 zueinander?

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kugeln, Ebenen und Kreise

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

