

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathematik unterrichten in der Grundschule

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



1 Warum dieses Buch?	6
2 Mathe – mehr als Rechnen	8
3 Prozessbezogene Kompetenzen	10
3.1 Problemlösen	12
3.2 Argumentieren	14
3.3 Darstellen	16
3.4 Modellieren	18
4 Inhaltsbezogene Kompetenzen	20
4.1 Zahlen und Operationen	21
4.2 Raum und Form	24
4.3 Größen und Messen	26
4.4 Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten	28



Zahlen und Operationen

5 Zahlvorstellungen	30
Von der Hunderterkette zum Rechenstrich • Eigenproduktionen einbeziehen	
6 Operationsvorstellungen	44
Wir erstellen ein Malquartett • Lernprozesse langfristig anlegen	
7 Schnelles Kopfrechnen	58
Nachbaraufgaben helfen beim Einspluseins • Alle Darstellungsformen nutzen	
8 Halbschriftliches Rechnen	72
Von den eigenen Wegen zum flexiblen Rechnen • Vorwissen aufgreifen und weiterentwickeln	
9 Schriftliches Rechnen	86
Wir üben schriftlich zu addieren • Mit beziehungsreichen Aufgaben üben	



Raum und Form

- 10 Raumvorstellung** 100
Raumvorstellung entwickeln mit dem Geobrett • Unterricht sprachsensibel gestalten
- 11 Symmetrie** 114
Welcher Faltschnitt passt? • Das Nachdenken anregen



Größen und Messen

- 12 Größenvorstellungen** 128
Wir werden Experten für Gewichte • Entdeckendes Lernen initiieren
- 13 Sachsituationen** 142
Wir verstehen und lösen „knifflige“ Rechengeschichten • Individuelle Lösungswege ermöglichen



Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten

- 14 Wahrscheinlichkeit** 156
Gewinnzahlen beim Würfeln mit zwei Würfeln • Leistungen förderorientiert feststellen
- 15 Was ist abschließend zu sagen?** 170
- Literatur 172
- Auflösungen zu den Knobelaufgaben, Bildquellen..... 176

Literatur

Heinrich, F./Bruder, R./Bauer, C. (2015). Problemlösen lernen. In: R. Bruder/L. Hefendehl-Hebeker/B. Schmidt-Thieme/H.-G. Weigand (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 277–299). Berlin, Heidelberg: Springer.

Rasch, R. (2003). *42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren*. Seelze: Klett/Kallmeyer.

Kompetenzerwartungen Problemlösen

Erschließen: Fragen zu mathematischen Sachverhalten stellen; Problemstellungen die für die Lösung relevanten Informationen entnehmen; Problemstellungen in eigenen Worten wiedergeben

Lösen: Daten durch Zählen, Messen oder Schätzen gewinnen und verarbeiten; problemhaltige Aufgaben eigenständig bearbeiten; zunehmend systematisch und zielorientiert vorgehen; Lösungsstrategien anwenden; Einsichten in Zusammenhänge zur Problemlösung nutzen

Reflektieren und Überprüfen: Ergebnisse auf Angemessenheit überprüfen; Fehler finden und korrigieren; verschiedene Lösungswege vergleichen und bewerten

Übertragen: Einsicht in Zusammenhänge zur Problemlösung nutzen; Vorgehensweisen auf ähnliche oder weiterführende Problemstellungen übertragen

Erfinden: Aufgaben (in Anlehnung an vorgegebene) erfinden; eigene Lösungsstrategien entwickeln und nutzen



Zahlen und Operationen

Verschiedene Lösungswege vergleichen und bewerten

$$7 + 8 = \underline{\quad}$$

Paul rechnet so: $7 + 7 = 14$ und 1 dazu ist 15.

Lisa rechnet so: $7 + 3 = 10$ und dann plus 5 ist 15.

Schaue dir Pauls und Lisas Rechenweg genau an: a) Was ist gleich, was ist verschieden? b) Wie rechnest du $7 + 8$, $8 + 9$, $9 + 3$, $4 + 8$? c) Bei welchen Aufgaben eignet sich Pauls Rechenweg gut, bei welchen nicht?

Raum und Form

Aufgaben (in Anlehnung an vorgegebene) erfinden

Start



Ziel



Wie musst du den Spiegel hinstellen?

Erfinde eigene Aufgaben. Zeichne die Zielfiguren auf.

Größen und Messen

Zunehmend systematisch und zielorientiert vorgehen



Alex hat *genau* zwei *verschiedene* Cent-Münzen in seiner Hand. Wie viel Geld könnte das sein? Überlege dir, wie du geschickt alle Möglichkeiten findest.

Überlege dir, wie du geschickt alle Möglichkeiten findest.



Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten

Fragen zu mathematischen Sachverhalten stellen

Welche Fragen kannst du zu den Zahlen in der Tabelle stellen?

Klasse	Mädchen	Jungen
1a	12	16
1b	13	15
2a	16	10
2b	12	14
3a	13	13
3b	12	12



Ende Klasse 2	Ende Klasse 4
Raumorientierung und Raumvorstellung	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Wege konkret und in der Vorstellung gehen ■ Wege und Lagebeziehungen zwischen konkreten oder bildlich dargestellten Gegenständen beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Sich anhand von Plänen orientieren ■ Räumliche Beziehungen anhand von bildhaften Darstellungen, Anordnungen, Plänen usw. oder aus der Vorstellung beschreiben ■ Objekte in der Vorstellung bewegen und Ergebnisse vorhersagen (z. B. Kippbewegungen eines Würfels) ■ Zusammenhänge zwischen Objekten und zweidimensionalen Darstellungen nutzen
Ebene Figuren	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Geometrische Grundformen (Rechteck, Quadrat, Dreieck, Kreis) untersuchen, mit Fachbegriffen (z. B. <i>Seite</i>, <i>Ecke</i>) beschreiben und unterscheiden ■ Ebene Figuren durch z. B. Legen, Nachlegen, Zerlegen oder Zusammensetzen herstellen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Komplexe ebene Figuren (z. B. Sechseck, Parallelogramm) untersuchen und mit Fachsprache beschreiben (z. B. <i>senkrecht</i>, <i>parallel</i>) ■ Muster fortsetzen, beschreiben und erfinden ■ Flächeninhalte und Umfang z. B. mit Einheitsquadraten bestimmen und vergleichen ■ Auf Gitterpapier maßstäblich vergrößern oder verkleinern
Körper	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Geometrische Körper (Würfel, Quader, Kugel) erkennen, benennen und nach ihren Eigenschaften sortieren ■ Vollmodelle und einfache Würfelgebäude herstellen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Komplexe geometrische Körper (auch Pyramide oder Zylinder) erkennen, benennen und nach ihren Eigenschaften sortieren ■ Kanten- und Flächenmodelle sowie komplexere Würfelgebäude herstellen ■ Zusammenhänge zwischen zwei- und dreidimensionalen Darstellungen (z. B. Baupläne und Würfelgebäude) erkennen und nutzen ■ Rauminhalte z. B. mit Einheitsquadraten bestimmen und vergleichen
Symmetrie	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Einfache ebene Figuren auf Achsensymmetrie prüfen (z. B. durch Klappen, Spiegeln mit dem Spiegel) ■ Achsensymmetrische Figuren und Bilder mit ein oder zwei Symmetrieachsen erzeugen (z. B. Klecksbilder) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Komplexe ebene Figuren auf Achsensymmetrie prüfen und diese mit deren Eigenschaften begründen ■ Komplexere symmetrische Figuren erzeugen und dabei die Eigenschaften der Achsensymmetrie nutzen (z. B. Spiegeln mit dem Doppelspiegel)
Zeichnen	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Einfachere Figuren wie Linien, ebene Figuren und Mustern aus freier Hand und mit Hilfsmitteln zeichnen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Komplexere Figuren wie Bögen, parallele oder senkrechte Geraden exakt mit Zeichengeräten zeichnen ■ Exakte Zeichnungen (auch unter Nutzung von Punktrastern und Gitternetzen) mit Zeichengeräten anfertigen

Warum müssen 100 und einhundert nicht dasselbe sein?

Die 5-jährige Kira kann schon recht gut zählen. So sagt sie die Zahlwortreihe von 70 bis 95 auf und fährt fort: „96, 97, 98, 99, hundert, einhundert, zweihundert, dreihundert.“ – „Nein, nein, das stimmt nicht. So weit kannst du noch nicht zählen. Es heißt hunderteins, hundertzwei, hundertdrei“, unterbricht sie ihre Tante. Gut gemeint – aber nicht gut.

Denn: Viele Kinder zählen bekanntlich irgendwann einmal so wie Kira. Dabei gehen die meisten von ihnen nicht – wie man vermuten könnte – in Hunderterschritten vor (100, 200, 300 ...), sondern übertragen die Regeln für die

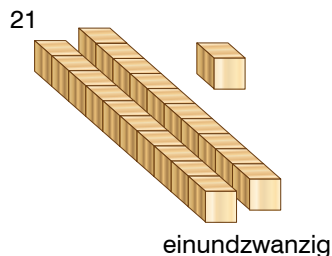
Zahlwortbildung, die bei den Zahlen von 13 bis 99 zur Anwendung kommt, auf größere Zahlen. Zuerst werden stets die Einer gesprochen: acht-und-neunzig, neun-und-neunzig, hundert, ein-und-hundert, zwei-und-hundert, drei-und-hundert usw. Das „und“ sprechen die Kinder vermutlich jeweils nicht aus, da sie Wörter wie „einhundert“ schon häufiger gehört haben – im Gegensatz zu ein-und-hundert.

Was kann man an diesem Beispiel lernen? Als Erwachsene sollten wir immer auch mit den Augen der Lernenden schauen, uns bemühen, deren Denkweisen als prinzipiell sinnvolles Vorgehen zu verstehen und ihnen dieses auch zu signalisieren (Stärkenorientierung).

In der Tabelle ist eine Auswahl von Reaktionen von Kindern zusammengestellt, die ausgehend von einem vorgelegten Zahlsymbol das entsprechende Zahlwort sagen sollten. Außerdem sollten sie eine dazu passende Steckwürfelmenge mithilfe von Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfeln legen (vgl. Selzer/Spiegel 2005, S. 50).

Betrachten Sie diese Übersetzungsprozesse zwischen verschiedenen Darstellungen stärkenorientiert. Manche Schülerlösungen entsprechen den Konventionen, andere nicht, sind aber aus der Perspektive der Lernenden durchaus sinnvoll. Diese „Fehler“ können auch als Lerngelegenheiten fungieren und mit allen Lernenden thematisiert werden.

Name	Symbol	Wort	Menge
Kamila	86	achtundsechzig	6Z 8E
Patrick	104	vierhundert	4H
Michael	105	hundertfünf	10Z 5E
	124	hundertzwölfvier	11Z 2E 4E
	120	hundertzwölf	11Z 2E
	112	hundertelfzwei	11Z 2E 1E
Annelie	1231	zwölftausendeinunddreißig	
		zweitausend	9H 20Z
		dreitausend	9H 30Z
Mohammedreza	132	fünfzehn	
	100	hundert	10Z
	105	fünfhundert	1H 5E
	132	auch fünfhundert	
	110	elfhundert	1H 11E
Tessa	101	einhundert	1H 1E
	105	fünfhundert	1H 5E



Dreierpäckchen

$5 + 4 = 9$  minus 1 $4 + 5 = 9$ 
 $5 + 5 = 10$  Verdopplungs-
aufgabe $5 + 5 = 10$ 

re Entdeckungen entweder aufschreiben oder mit Farben oder Pfeilen markieren (siehe Abb. unten links).

Über Dreierpäckchen sprechen

Zum Abschluss der Einheit wurde anhand des abgebildeten Dreierpäckchens über die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Aufgaben gesprochen (siehe Abb. oben links). Es wurde auch herausgestellt, dass in den berechneten Dreierpäckchen jeweils die zweite Zahl verändert wurde und dass es genauso gut möglich ist, die erste Zahl zu verändern.


Eine entsprechende Serie von Dreierpäckchen, bei der erste Summand verändert wurde, war dann anschließend in Analogie als Hausaufgabe zu bearbeiten.

Über Nachbaraufgaben nachdenken

Zwei Wochen später wurden die Nachbaraufgaben-Strategien wieder aufgegriffen, um sie verstärkt für das Üben mit der Nachbaraufgaben-Kartei zu nutzen. Unter anderem wurden die Schülerinnen und Schüler dazu angeregt, sich noch einmal bewusst zu machen, warum die Nachbaraufgaben-Strategie bei ausgewähl-

Dreier-Päckchen

$1+0=1$	$2+1=3$	$3+2=5$	$4+3=7$
$1+1=2$	$2+2=4$	$3+3=6$	$4+4=8$
$1+2=3$	$2+3=5$	$3+4=7$	$4+5=9$
$6+5=11$	$7+6=13$	$8+7=15$	$9+8=17$
$6+6=12$	$7+7=14$	$8+8=16$	$9+9=18$
$6+7=13$	$7+8=15$	$8+9=17$	$9+10=19$



 • immer +1
 • immer -1



Kopfrechnen leichtgemacht

Multiplizieren mit 11 ist ganz einfach. Man notiert die Aufgabe, zieht einen Strich darunter, notiert die Einerziffer, addiert dann Einer- und Zehnerziffer, notiert diese, addiert dann Zehner- und Hunderterziffer usw., und zum Schluss notiert man die Ziffer des größten Stellenwerts. Man muss also gar nicht multiplizieren, sondern nur jeweils zwei einstellige Zahlen addieren.

Die Abbildung unten zeigt, warum der Trick funktioniert. Und sie zeigt auch, wann der Trick nicht funktioniert, nämlich dann, wenn die Summe zweier benachbarter Ziffern größer als 9 ist.

$263 \cdot 11$	$1234 \cdot 11$	$263 \cdot 11$	$1234 \cdot 11$
<u>2893</u>	<u>13574</u>	<u>263</u>	<u>1234</u>
		<u>263</u>	<u>1234</u>
		<u>2893</u>	<u>13574</u>

ten Aufgaben hilfreich sein kann (siehe Abb. unten rechts).

So kann es weitergehen

Anschließend bot es sich an, das Aufgabenformat „Entdeckerpäckchen“ (auch: Schöne Päckchen, Operative Päckchen, Starke Päckchen etc.) zu behandeln, bei denen jeweils eine Aufgabe aus der vorangehenden durch dieselbe Variation entsteht, also zum Beispiel $4 + 2$; $5 + 3$; $6 + 4$; $7 + 3$ usw. Anregungen hierzu finden Sie unter pikas.dzlm.de/011 bzw. pikas.dzlm.de/edp.

③ Warum hilft es an...

$(6+6)$ zu denken, bei der Aufgabe $7+6$?
 Weil man $12+1$ rechnen muss und das Ergebnis rauszubekommen.

$(2+8)$ zu denken, bei der Aufgabe $2+9$?
 Weil man nur $10+1$ rechnen muss, und das Ergebnis rauszubekommen.

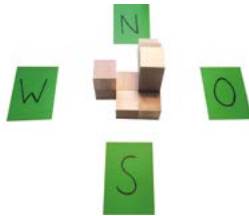
$(10+6)$ zu denken, bei der Aufgabe $9+6$?
 Weil man nur $16-1$ rechnen muss und das Ergebnis rauszubekommen.

Beispielaufgaben zur Förderung der Raumvorstellung

Die Komponenten der Raumvorstellung lassen sich gezielt durch unterschiedliche Aufgaben herausfordern. Die untenstehende Übersicht zeigt am Beispiel der Arbeit mit Würfelgebäuden (konkret Somawürfeln), durch welche Aufgabenstellungen welche Komponenten an-

gesprochen werden können (in Anlehnung an Plath 2011). Ein Somawürfel wird aus 7 einzelnen Teilen zusammengesetzt. Jedes einzelne Teil selbst ist aus kleineren, jeweils identischen Würfeln zusammengesetzt, und alle 7 Teile sind unterschiedlich.

(Ausführliche Informationen zur Arbeit mit dem Somawürfel finden sich unter pikas.dzlm.de/118.)



„Wer sieht was?“ Die Kinder sollen verschiedene Ansichten einem Würfelgebäude zuordnen, ohne selbst um das Würfelgebäude herumgehen zu können. Dafür müssen sie die verschiedenen Ansichten eines Würfelgebäudes einer der Himmelsrichtungen zuordnen (diese Ansicht hat man „im Westen“). Diese Aufgabe entspricht einer typischen Aufgabe aus dem Bereich der *räumlichen Orientierung*.

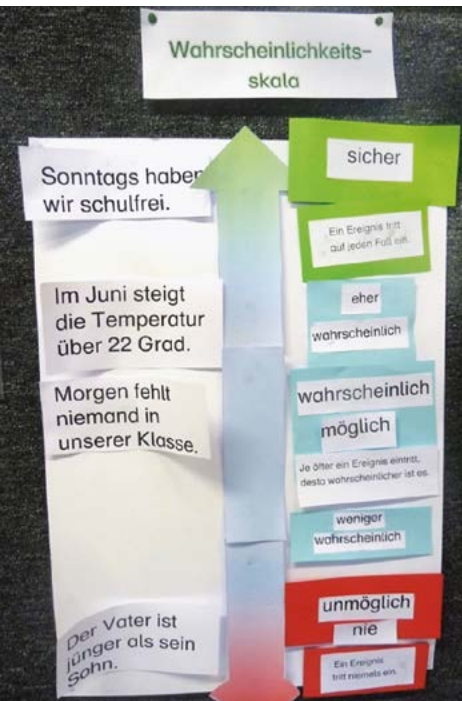
„Wer berührt wen?“ Den Kindern wird ein Gebäude präsentiert, das aus 3 von 6 möglichen Soma-Teilen zusammengebaut wurde. Dann sollen sie entscheiden, ob sich von den Teilen das linke und das rechte mit einer ganzen Würfelfläche berühren oder nicht. Diese Fragestellung erfordert, die Lagebeziehungen zwischen 3 zusammengestellten Soma-Teilen zu analysieren und ist dem Faktor des *Erkennens räumlicher Beziehungen* zuzuordnen.



„Welche Würfelschlangen sind gleich?“ Die Kinder sollen unterschiedlich ausgerichtete Würfelschlangen vergleichen und entscheiden, bei welche es sich um die gleiche Würfelschlange handelt, die als Ausgangsfigur gewählt wurde (umrahmt). Um die Aufgabe zu lösen, müssen die Kinder auf einem Arbeitsblatt abgebildete Würfelschlangen gedanklich bewegen (*mentale Rotation*) und sich diese dann in einer neuen Position vorstellen und mit der Ausgangsfigur vergleichen.

„Bauen mit Soma-Teilen“ Die Kinder sollen entscheiden, ob sie aus 3 vorgegebenen Soma-Teilen ein bestimmtes Würfelgebäude, das sie auf einer Abbildung vor sich liegen haben, zusammenbauen könnten oder nicht. Dafür sollen sie die Teile nicht wirklich zusammenbauen, sondern sich das nur vorstellen. Die mentale Tätigkeit des Zusammenbauens ist eine typische Aktivität der Komponente *Veranschaulichung*.





Wahrscheinlichkeitskala

und hielt die Ergebnisse in einer Strichliste fest (pikas.dzlm.de/149). Erwartungsgemäß machten die Lernenden dabei unterschiedliche Entdeckungen und gaben Begründungen, die denen von Paul (vgl. S. 160) nicht unähnlich waren. Dann erhielten Vierergruppen den Auftrag, ihre Ergebnisse zusammenzurechnen, und schließlich kamen je zwei Vierergruppen zusammen, um ihre Zwischenresultate zu addieren.

dann weitere Beispiele, die in kleinen Gruppen und anschließend im Plenum diskutiert wurden.

In der zweiten Einheit wurde das Thema „Würfeln mit einem Würfel“ behandelt. Nachdem die zentralen Begriffe wie *Augen* oder *Strichliste* im Sitzkreis wiederholt wurden, würfelte jedes Kind in Einzelarbeit zunächst mindestens 30-mal und hielt die Ergebnisse in einer Strichliste fest (pikas.dzlm.de/149). Erwartungsgemäß machten die Lernenden dabei unterschiedliche Entdeckungen und gaben Begründungen, die denen von Paul (vgl. S. 160) nicht unähnlich waren. Dann erhielten Vierergruppen den Auftrag, ihre Ergebnisse zusammenzurechnen, und schließlich kamen je zwei Vierergruppen zusammen, um ihre Zwischenresultate zu addieren. Diese drei Ergebnisse, die auf jeweils mindestens 240 Würfeln basierten, wurden anschließend im Plenum zusammengeführt und es ergab sich eine Verteilung, aus der die Lernenden ersehen konnten, dass alle

Arbeitsauftrag:

- 1) Vermutet, ob die Gewinnregeln fair sind oder nicht.
- 2) Führt das Würfelspiel durch und füllt dabei die Strichliste aus.
- 3) Wer hat gewonnen?

Findet heraus und begründet, warum die Gewinnregeln fair sind oder nicht.

Spielregel:
Würfelt mit zwei Würfeln und addiert die Augenzahlen

Gewinnregeln

Spieler 1 gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 10, 11 oder 12 ist.

Spieler 2 gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen 5, 6, 7, 8 oder 9 ist.

Vorgesorgt?

Zwei Wissenschaftler wollen zu einem Kongress fliegen. Auf dem Flughafen fragt der eine den anderen: „Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in unserem Flugzeug eine Bombe ist?“ – „Na, vielleicht 1 zu 1.000“. Der erste steigt etwas beruhigt mit ein.

Ein Jahr später fliegen die beiden wieder. Der erste fragt: „Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für zwei Bomben in unserem Flugzeug?“ – „Zwei? Ich denke, 1 zu 1 Million!“ Der erste antwortet: „Da bin ich ja beruhigt, denn eine Bombe habe ich schon in meinem Koffer! Und die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Bomben an Bord sind, ist ja ziemlich gering.“

sechs Werte in etwa gleich häufig vorkamen. Hier wurde auch über die Computersimulation gesprochen.

Wie funktioniert das Spiel?

In der nächsten Einheit ging es nun um das Würfeln mit zwei Würfeln, und die Augensumme sollte ermittelt werden. Neu war zudem, dass ein Partnerspiel gespielt wurde, dessen Regeln anhand von Beispielen eingeführt wurden. Anschließend formulierte die Lehrperson den Arbeitsauftrag:

1. Vermutet, ob die Gewinnregeln fair sind oder nicht.
2. Führt das Würfelspiel durch und füllt dabei die Strichliste aus.
3. Wer hat gewonnen? Stimmt eure Vermutung vom Anfang?

Auch wurde bereits der übergeordnete Forschungsauftrag formuliert: Findet heraus und begründet, ob und warum die Gewinnregeln fair sind oder nicht.

Nomen: *Carsten* 2

Würfeln mit zwei Würfeln - Sind die Gewinnregeln fair?

Hier gewinnt Spieler 1:

Augensumme	Strichliste	Insgesamt
1		
2		
3		
4		
10		
11		
12		

Hier gewinnt Spieler 2:

Augensumme	Strichliste	Insgesamt
5		
6		
7		
8		
9		

Welche Augensummen wurden häufig gewürfelt? *7, 8, 10*

Welche Augensummen wurden selten gewürfelt? *1, 2, 12*

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathematik unterrichten in der Grundschule

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

